PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan

untuk Kelas IX
Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah

Wahyudin Djumanta
Dwi Susanti



3

Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan
untuk Kelas IX SMP/MTs
Wahyudin Djumanta dan Dwi Susanti

PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan

untuk Kelas IX
Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah

Wahyudin Djumanta
Dwi Susanti

3

Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Hak Cipta Buku ini dibeli oleh Departemen Pendidikan
Nasional dari Penerbit PT. Setia Purna Invest

Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan
Untuk SMP/MTs Kelas IX

SPI 03-01-20-02-036

Penulis	:	Wahyudin Djumanta Dwi Susanti
Editor	:	Tim Setia Purna Inves
Perancang Kulit	:	Tim Setia Purna Inves
Layouter	:	Tim Setia Purna Inves
Ilustrator	:	Tim Setia Purna Inves

Ukuran Buku : 17,6 × 25 cm

510.71

DJU DJUMANTA, Wahyudin

b Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan untuk SMP/MTs Kelas IX/oleh Wahyudin Djumanta dan Dwi Susanti. –Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008.

vi, 162 hal. : tab.; ilus.; foto., 25 cm
indeks, hlm. 160-161
ISBN 979-462-974-4

1. Matematika Studi dan Pembelajaran I. Judul
II. Wahyudin Djumanta III. Susanti, Dwi

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

Diperbanyak oleh ...

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Departemen Pendidikan Nasional, pada tahun 2008, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (website) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Departemen Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Departemen Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (down load), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juli 2008
Kepala Pusat Perbukuan

Kata Pengantar

Pendidikan adalah modal dasar bagi peningkatan kualitas sumber daya manusia sehingga manusia dituntut untuk terus berupaya mempelajari, memahami, dan menguasai berbagai macam disiplin ilmu untuk kemudian diaplikasikan dalam segala aspek kehidupan. Matematika sebagai ibu dari segala ilmu pengetahuan memegang peranan penting dalam dunia pendidikan. Oleh karena itu, Matematika memiliki tingkat urgensitas yang tinggi karena merupakan landasan awal bagi terciptanya sumber daya manusia yang cerdas dan berkualitas.

Sesuai dengan misi penerbit untuk menciptakan inovasi baru dalam dunia pendidikan maka penulis dan penerbit merealisasikan tanggungjawab tersebut dengan menyediakan bahan ajar Matematika yang berkualitas dan sesuai dengan kurikulum yang berlaku saat ini.

Buku ini disusun dengan mengutamakan pendekatan secara inkuiri (eksperimen) dan disajikan secara sistematis, komunikatif, dan integratif, serta adanya keruntutan rangkaian (bab dengan subbab, antarsubbab dalam bab, antaralinea dalam subbab). Sebelum mempelajari materi, sebaiknya terlebih dahulu membaca bagian Advanced Organizer yang terdapat pada halaman awal setiap bab agar dapat mengetahui isi bab secara umum, Diagram Alur sebagai peta jalan pemahaman materi pada setiap bab, dan Tes Apersepsi Awal sebagai evaluasi materi prasyarat untuk mempelajari bab yang bersangkutan. Di akhir setiap bab, terdapat Ringkasan dan Refleksi yang bertujuan lebih meningkatkan pemahaman kamu tentang materi yang telah dipelajari dengan memunculkan umpan balik untuk evaluasi diri. Buku ini dilengkapi juga dengan beberapa materi, tugas, dan soal pengayaan, diantaranya Infomatika, InfoNet, Siapa Berani?, TechnoMath, Tugas untukmu, MatematikaRia, dan Uji Kecerdikan yang dapat memperluas wawasan dan pengetahuanmu tentang materi yang sedang dipelajari.

Untuk menguji pemahamanmu terhadap materi yang telah dipelajari, diberikan Tes Kompetensi Subbab pada setiap akhir subbab, Tes Kompetensi Bab pada setiap akhir bab, dan Tes Kompetensi Semester pada setiap untuk menguji pemahaman materi selama satu tahun ajaran. Semua tes kompetensi tersebut merupakan sarana mengevaluasi pemahaman dan melatih kemampuan menerapkan konsep/prinsip yang berkaitan dengan materi yang telah dipelajari. Adapun Kunci Jawaban (nomor ganjil) kami sajikan untuk memudahkan Anda dalam mengevaluasi hasil jawaban.

Untuk menumbuhkan daya nalar, kreativitas, dan pola berpikir matematis, kami sajikan Aktivitas yang menuntut peran aktif kamu dalam melakukan kegiatan tersebut.

Demikianlah persembahan kami untuk dunia pendidikan.

Bandung, Juli 2008

Penulis

Diunduh dari BSE.Mahoni.com

Daftar Isi

Kata Sambutan • iii
Kata Pengantar • iv
Daftar Simbol • vi

Bab 1
Kesebangunan dan Kekongruenan • 1
Diagram Alur • 2
A. Bangun-Bangun yang Sebangun dan Kongruen • 3
B. Segitiga-Segitiga yang Sebangun • 10
C. Dua Segitiga yang Kongruen • 17
Ringkasan • 26
Refleksi • 27
Tes Kompetensi Bab 1 • 27

Bab 2
Bangun Ruang Sisi Lengkung • 31
Diagram Alur • 32
A. Unsur-Unsur dan Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung • 33
B. Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung • 43
Ringkasan • 52
Refleksi • 53
Tes Kompetensi Bab 2 • 53

Bab 3
Statistika • 57
Diagram Alur • 58
A. Pengumpulan dan Penyajian Data • 59
B. Ukuran Pemusatan Data • 69
C. Ukuran Penyebaran Data • 79
D. Distribusi Frekuensi • 83
Ringkasan • 85
Refleksi • 86
Tes Kompetensi Bab 3 • 86

Bab 4
Peluang • 89
Diagram Alur • 90
A. Pengertian Peluang • 91
B. Frekuensi Harapan • 102
Ringkasan • 104
Refleksi • 104
Tes Kompetensi Bab 4 • 105
Tes Kompetensi Semester 1 • 108

Bab 5
Pangkat Tak Sebenarnya • 111
Diagram Alur • 112
A. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat • 113
B. Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan • 123
Ringkasan • 132
Refleksi • 133
Tes Kompetensi Bab 5 • 133

Bab 6
Barisan dan Deret Bilangan • 135
Diagram Alur • 136
A. Pola Bilangan • 136
B. Barisan dan Deret Bilangan • 141
Ringkasan • 151
Refleksi • 152
Tes Kompetensi Bab 6 • 152
Tes Kompetensi Semester 2 • 154

Tes Kompetensi Akhir Tahun • 156
Kunci Jawaban • 158
Glosarium • 159

Daftar Simbol

	sudut
+	tambah; plus; positif
–	kurang; minus; negatif
	kali
:	bagi
	sebanding dengan
Δ	segitiga
=	sama dengan
$\neq$	tidak sama dengan
	sedemikian hingga; maka
$\sqrt{}$	akar kuadrat
	alpha
	beta
	gamma
//	sejajar
$\overline{AB}$	ruas garis
$\lvert \overline{AB} \rvert$	panjang ruas garis
	kongruen
	tegak lurus
π	phi (3,141592 ...)
$^\circ$	derajat
	sebangun



Sumber: *i160.photobucket.com*

Bab 1

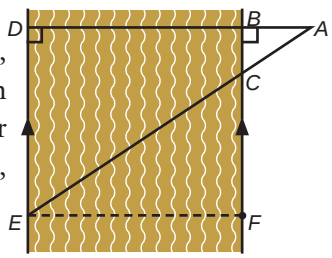
Kesebangunan dan Kekongruenan

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami kesebangunan bangun datar dan penggunaannya dalam pemecahan masalah dengan cara mengidentifikasi bangun-bangun datar yang sebangun dan kongruen, mengidentifikasi sifat-sifat dua segitiga sebangun dan kongruen, serta menggunakan konsep kesebangunan segitiga dalam pemecahan masalah.

Kamu telah mempelajari perbandingan di Kelas VII. Perbandingan merupakan sifat dasar dalam konsep kesebangunan dan kekongruenan.

Kesebangunan sangat penting peranannya dalam kehidupan sehari-hari seperti uraian berikut.

Lima orang anak ingin mengukur lebar sungai. Oleh karena secara langsung tidak memungkinkan, kegiatan pengukuran dilakukan secara tidak langsung. Mereka berhasil menandai tempat-tempat *A*, *B*, *C*, *D*, dan *E* seperti tampak pada gambar berikut.



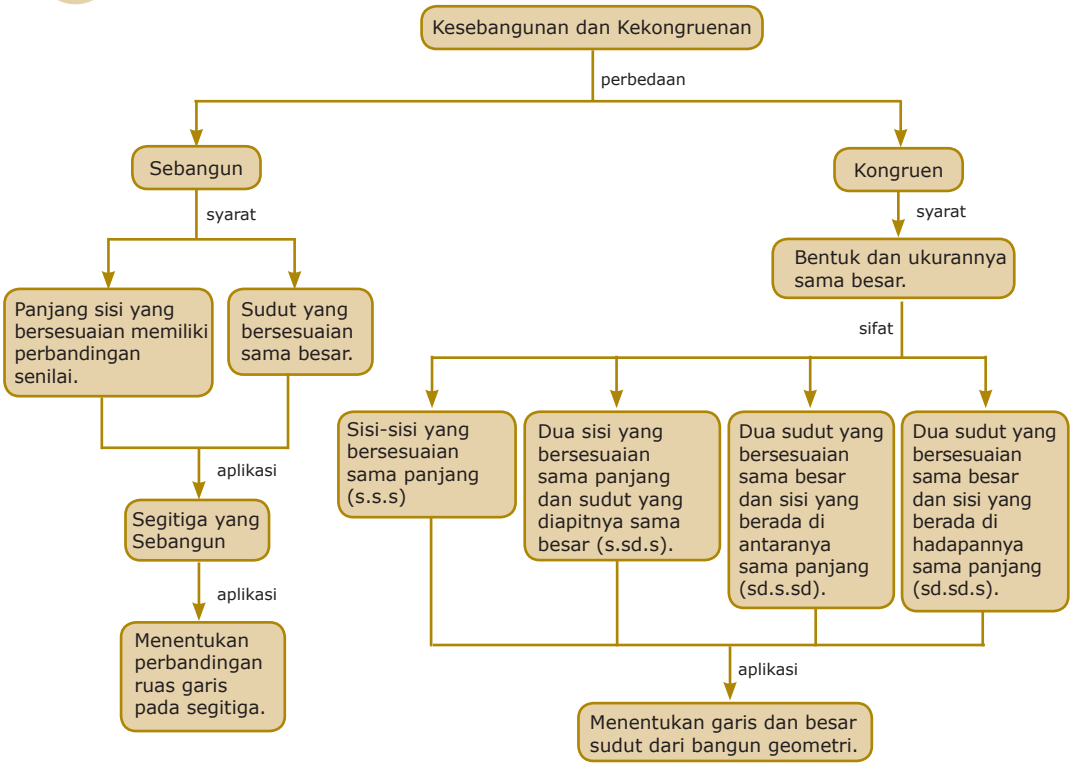
Setelah dilakukan pengukuran, diperoleh $AB = 4$ m, $BC = 3$ m, dan $DE = BF = 12$ m. Berapa meter lebar sungai itu? Untuk menjawabnya, pelajarilah bab ini dengan baik.

A. Bangun-Bangun yang Sebangun dan Kongruen

B. Segitiga-Segitiga yang Sebangun

C. Dua Segitiga yang Kongruen

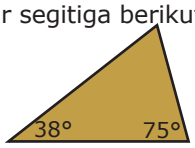
Diagram Alur



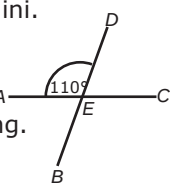
Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Suatu peta digambar dengan skala 1 : 500.000. Berapakah jarak pada peta jika jarak sesungguhnya 25 km?
2. Jika harga 6 buah penggaris adalah Rp2.700,00, berapakah harga 9 buah penggaris tersebut?
3. Sebutkan dan gambarkan jenis-jenis segitiga ditinjau dari:
 a. panjang sisinya;
 b. besar sudutnya.
4. Perhatikan gambar segitiga berikut ini. Tentukan nilai .



5. Perhatikan gambar berikut ini.
 a. Tentukan besar *DEC*.
 b. Tentukan besar *BEC*.
 c. Tentukan sudut yang saling bertolak belakang.



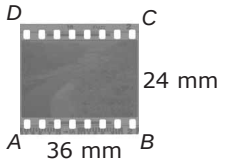
A. Bangun-Bangun yang Sebangun dan Kongruen

1. Foto Berskala

Contoh kesebangunan yang sering kamu jumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah foto berskala, seperti terlihat pada Gambar 1.1.

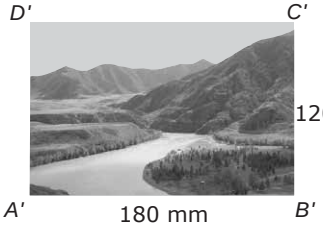
Gambar 1.1(a) memperlihatkan sebuah film negatif *ABCD* berukuran panjang 36 mm dan lebar 24 mm. Setelah dicetak, film negatif tersebut menjadi foto $A'B'C'D'$ berukuran panjang 180 mm dan lebar 120 mm.

Pada dasarnya, pengertian skala pada foto sama dengan skala pada peta. Hanya saja, perbandingan antara ukuran pada foto dan ukuran sebenarnya tidak sebesar perbandingan antara ukuran pada peta dan ukuran sebenarnya. Satu sentimeter pada peta mewakili beberapa kilometer pada ukuran sebenarnya, sedangkan satu sentimeter pada foto biasanya mewakili beberapa sentimeter atau beberapa meter saja dari ukuran sebenarnya.



Sumber: *Dokumentasi Penerbit*

a



Sumber: *i160.photobucket.com*

b

▲ **Gambar 1.1**

Skala pada peta ialah perbandingan antara ukuran pada peta dan ukuran sebenarnya.

Contoh 1.1

Amati gambar dari foto sebuah mobil seperti dalam Gambar 1.2. Jika panjang mobil sebenarnya 3,5 m, berapa tinggi mobil sebenarnya?

Penyelesaian:

Untuk menentukan tinggi mobil sebenarnya, langkah pertama yang harus kamu lakukan adalah menentukan skala foto tersebut.

Perbandingan antara panjang dalam foto dan panjang sebenarnya adalah 7 cm : 3,5 m

7 cm : 350 cm

1 cm : 50 cm.

Jadi, skala dari foto tersebut adalah 1 : 50. Oleh karena tinggi mobil dalam foto 2,5 cm maka tinggi mobil sebenarnya adalah 2,5 cm 50 = 125 cm.

Jadi, tinggi mobil sebenarnya adalah 1,25 m.



Sumber: *www.tuningnews.net*

▲ **Gambar 1.2**

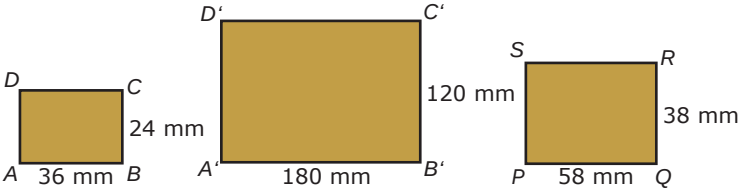
Siapa Berani?

1. Seorang anak yang tingginya 1,5 m difoto. Jika skala foto tersebut adalah 1 : 20, berapa sentimeter tinggi anak dalam foto?
2. Lebar sebuah rumah dalam foto adalah 5 cm. Jika skala foto tersebut 1 : 160, berapa meter lebar rumah sebenarnya?

2. Pengertian Kesebangunan

Pada Gambar 1.3 diperlihatkan tiga bangun persegipanjang yang masing-masing berukuran 36 mm 24 mm, 180 mm 120 mm, dan 58 mm 38 mm.

Gambar 1.3 ▶



Perbandingan antara panjang persegipanjang *ABCD* dan panjang persegipanjang *A'B'C'D'* adalah 36 : 180 atau 1 : 5. Demikian pula dengan lebarnya, perbandingannya 24 : 120 atau 1 : 5. Dengan demikian, sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua persegipanjang itu memiliki perbandingan senilai (sebanding).

Perbandingan sisi yang bersesuaian dari kedua persegipanjang tersebut, yaitu sebagai berikut.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{DC}{D'C'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{1}{5}$$

Oleh karena semua sudut persegipanjang besarnya 90° (siku-siku) maka sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua persegipanjang itu besarnya sama. Dalam hal ini, persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *A'B'C'D'* memiliki *sisi-sisi bersesuaian yang sebanding dan sudut-sudut bersesuaian yang sama besar*. Selanjutnya, kedua persegipanjang tersebut dikatakan sebangun. Jadi, persegipanjang *ABCD* sebangun dengan persegipanjang *A'B'C'D'*.

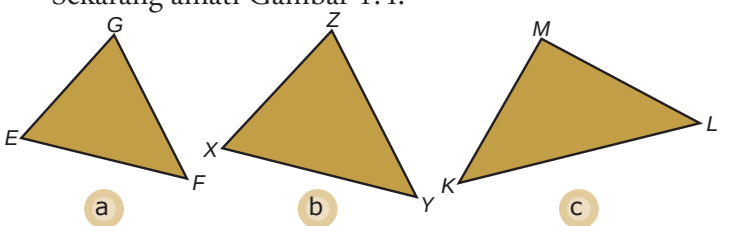
Selanjutnya lakukan Tugas untukmu di samping.

Sekarang amati Gambar 1.4.

Tugas untukmu

Amatilah persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *PQRS* pada Gambar 1.3. Coba kamu selidiki bersama kelompok belajarmu, apakah persegipanjang *ABCD* sebangun dengan persegipanjang *PQRS*? Presentasikan hasil penyelidikanmu di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Gambar 1.4 ▶



Ukurlah panjang sisi dan besar sudut-sudut *EFG* dan *XYZ*. Jika kamu melakukan pengukuran dengan benar, akan diperoleh hubungan berikut.

(i) $\frac{EF}{XY} = \frac{FG}{YZ} = \frac{EG}{XZ}$;

(ii) $E = X$, $F = Y$, dan $G = Z$.

Oleh karena sisi-sisi yang bersesuaian sebanding dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka EFG sebangun dengan XYZ.

Pengertian kesebangunan seperti ini berlaku umum untuk setiap bangun datar.

Dua bangun datar dikatakan sebangun jika memenuhi dua syarat berikut.

1) Panjang sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun itu memiliki perbandingan senilai.
2) Sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun itu sama besar.

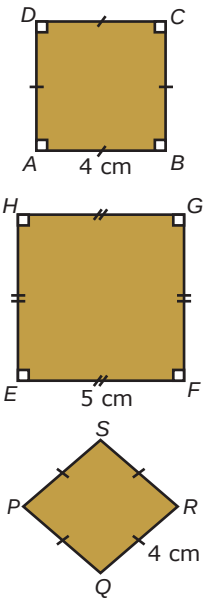
Tugas untukmu

Amatilah ΔEFG dan ΔKLM pada Gambar 1.4. Coba kamu selidiki bersama kelompok belajarmu, apakah ΔEFG sebangun dengan ΔKLM? Presentasikan hasil penyelidikanmu di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Contoh 1.2

Amati Gambar 1.5.

a. Selidikilah apakah persegi $ABCD$ sebangun dengan persegi $EFGH$?
b. Selidikilah apakah persegi $ABCD$ dan belahketupat $PQRS$ sebangun?
c. Selidikilah apakah persegi $EFGH$ sebangun dengan belahketupat $PQRS$?
Jelaskan hasil penyelidikanmu.



▲ Gambar 1.5

Penyelesaian:

a. Amati persegi $ABCD$ dan persegi $EFGH$.
(i) Perbandingan panjang sisi-sisinya adalah
$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{DC}{HG} = \frac{AD}{EH} = \frac{4}{5}$$
Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian dari persegi $ABCD$ dan persegi $EFGH$ sebanding.
(ii) Bangun $ABCD$ dan $EFGH$ keduanya persegi sehingga besar setiap sudutnya 90°. Dengan demikian, sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
Berdasarkan (i) dan (ii), persegi $ABCD$ dan persegi $EFGH$ sebangun.

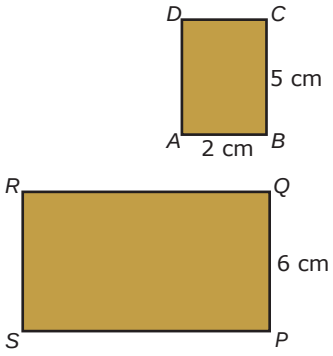
b. Amati persegi $ABCD$ dan belahketupat $PQRS$.
(i) Perbandingan panjang sisi-sisinya adalah
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{DC}{SR} = \frac{AD}{PS} = \frac{4}{4}$$
Jadi, panjang sisi-sisi yang bersesuaian dari persegi $ABCD$ dan belahketupat $PQRS$ sebanding.
(ii) Besar sudut-sudut yang bersesuaian adalah sebagai berikut.
$A \neq P$, $B \neq Q$, $C \neq R$, dan $D \neq S$.

Catatan

Salah satu syarat kesebangunan adalah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Maksud dari kata *sama besar* adalah ukuran sudutnya sebanding, sehingga pada Gambar 1.5 dapat dituliskan:
$A = E$, $B = F$,
$C = G = D = H$.

Jadi, sudut-sudut yang bersesuaian tidak sama besar.
Berdasarkan (i) dan (ii), persegi *ABCD* dan belahketupat *PQRS* tidak sebangun.

c. Telah diketahui bahwa persegi *ABCD* sebangun dengan persegi *EFGH*, sedangkan persegi *ABCD* tidak sebangun dengan belahketupat *PQRS*. Dengan demikian, persegi *EFGH* tidak sebangun dengan belahketupat *PQRS*.



Gambar 1.6

Contoh 1.3

1. Amati Gambar 1.6.
Jika persegipanjang *ABCD* sebangun dengan persegipanjang *PQRS*, hitung panjang *QR*.

Penyelesaian:

Salah satu syarat dua bangun dikatakan sebangun adalah sisi-sisi yang bersesuaian sebanding. Oleh karena itu,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \quad \frac{2}{6} = \frac{5}{QR} \quad 2QR = 30 \quad QR = 15$$

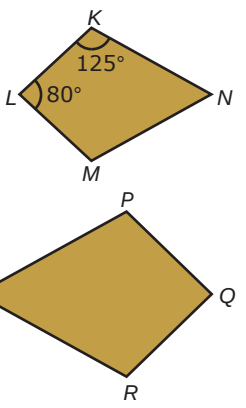
Jadi, panjang *QR* adalah 15 cm.

2. Jika layang-layang *KLMN* dan layang-layang *PQRS* pada Gambar 1.7 sebangun, tentukan besar *R* dan *S*.

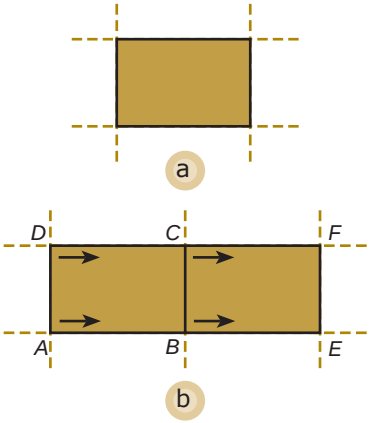
Penyelesaian:

Salah satu syarat dua bangun dikatakan sebangun adalah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar sehingga $P = 125°$ dan $Q = 80°$.

- Amati layang-layang *PQRS*.
Menurut sifat layang-layang, sepasang sudut yang berhadapan sama besar sehingga $R = P = 125°$.
- Oleh karena sudut-sudut dalam layang-layang berjumlah 360° maka
$P + Q + R + S = 360°$
$125° + 80° + 125° + S = 360°$
$S = 360° - 330° = 30°$



Gambar 1.7



Gambar 1.8

3. Pengertian Kekongruenan

Pernahkah kamu melihat seorang tukang bangunan yang sedang memasang ubin? Sebelum ubin-ubin itu dipasang, biasanya tukang tersebut memasang benang-benang sebagai tanda agar pemasangan ubin tersebut terlihat rapi, seperti tampak pada Gambar 1.8(a).

Cara pemasangan ubin tersebut dapat diterangkan secara geometri seperti berikut.

Gambar 1.8(b) adalah gambar permukaan lantai yang akan dipasang ubin persegipanjang. Pada permukaannya diberi garis-garis sejajar. Jika ubin *ABCD* digeser searah *AB* (tanpa dibalik), diperoleh *A* *B*, *B* *E*, *D* *C*, dan *C* *F* sehingga ubin *ABCD* akan menempati ubin *BEFC*. Akibatnya,

AB *BE* sehingga *AB* = *BE*
BC *EF* sehingga *BC* = *EF*
DC *CF* sehingga *DC* = *CF*
AD *BC* sehingga *AD* = *BC*
DAB *CBE* sehingga *DAB* = *CBE*
ABC *BEF* sehingga *ABC* = *BEF*
BCD *EFC* sehingga *BCD* = *EFC*
ADC *BCF* sehingga *ADC* = *BCF*

Berdasarkan uraian tersebut, diperoleh

a. sisi-sisi yang bersesuaian dari persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *BEFC* sama panjang, dan
b. sudut-sudut yang bersesuaian dari persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *BEFC* sama besar.

Hal tersebut menunjukkan bahwa persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *BEFC* memiliki *bentuk dan ukuran yang sama*. Dua persegipanjang yang demikian dikatakan *kongruen*.

Sekarang amati Gambar 1.9. Ukurlah panjang sisi dan besar sudut-sudut segienam *ABCDEF* dan segienam *PQRSTU*. Jika kamu melakukan pengukuran dengan benar, diperoleh hubungan

(i) $AB = BC = CD = DE = EF = FA = PQ = QR = RS = ST = TU = UP$
(ii) $A = B = C = D = E = F = P = Q = R = S = T = U$.

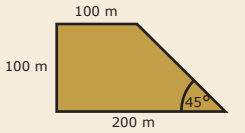
Oleh karena itu, segienam *ABCDEF* *kongruen* dengan segienam *PQRSTU*.

Sekarang, ukurlah panjang sisi dan besar sudut-sudut segienam *GHIJKL*. Kemudian, bandingkan dengan unsur-unsur segienam *ABCDEF*. Dari hasil pengukuran tersebut, diperoleh hubungan

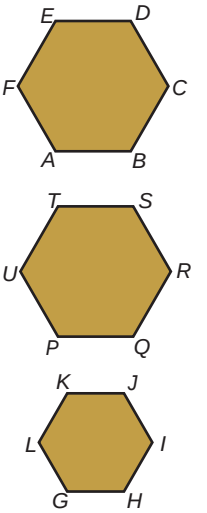
(i) $A = B = C = D = E = F = G = H = I = J = K = L$
(ii) $AB \neq GH, BC \neq HI, CD \neq IJ, DE \neq JK, EF \neq KL, FA \neq LG$.

Siapa Berani?

Berikut ini adalah sketsa tambak udang milik Pak Budi



Pak Budi akan membagi tambaknya menjadi 4 bagian yang sama dan berbentuk trapesium juga, seperti bentuk asalnya. Gambarlah olehmu tambak udang yang telah dibagi empat tersebut.



▲ **Gambar 1.9**

Berdasarkan (i) dan (ii), dapat disimpulkan bahwa segienam *ABCDEF tidak kongruen* dengan segienam *GHIJKL*. Sekarang lakukan Tugas untukmu di samping.

Berdasarkan uraian dan tugas tersebut diperoleh gambaran bahwa dua bangun yang kongruen pasti sebangun, tetapi dua bangun yang sebangun belum tentu kongruen.

Bangun-bangun yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama dikatakan bangun-bangun yang kongruen.

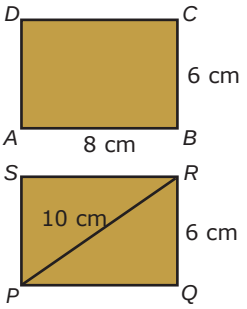
Pengertian kekongruenan tersebut berlaku juga untuk setiap bangun datar.

Contoh 1.4

Amati Gambar 1.10.

a. Selidiki apakah persegipanjang *ABCD* kongruen dengan persegipanjang *PQRS*?

b. Selidiki apakah persegipanjang *ABCD* sebangun dengan persegipanjang *PQRS*?
Jelaskan hasil penyelidikanmu.



▲ Gambar 1.10

Penyelesaian:

Unsur-unsur persegipanjang *ABCD* adalah

$AB = DC = 8$ cm, $AD = BC = 6$ cm, dan $A = B = C = D = 90°$.

Amati persegipanjang *PQRS* dengan diagonal *PR*. Panjang *PQ* dapat ditentukan dengan menggunakan Dalil Pythagoras seperti berikut.

$PQ = \sqrt{(PR)^2 \quad (QR)^2} = \sqrt{10^2 \quad 6^2} = \sqrt{64} = 8$

Jadi, unsur-unsur persegipanjang *PQRS* adalah $PQ = SR = 8$ cm, $PS = QR = 6$ cm, dan $P = Q = R = S = 90°$.

a. Dari uraian tersebut tampak bahwa sisi-sisi yang bersesuaian dari persegipanjang *ABCD* dan persegipanjang *PQRS* sama panjang. Selain itu, sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua persegipanjang itu sama besar. Jadi, persegipanjang *ABCD* kongruen dengan persegipanjang *PQRS*.

b. Dua bangun datar yang kongruen pasti sebangun. Jadi, persegipanjang *ABCD* sebangun dengan persegipanjang *PQRS*.

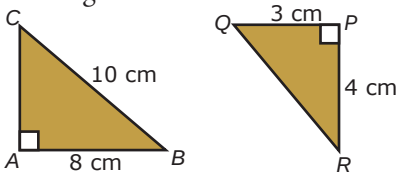
InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dengan mengunjungi alamat: *bicarisme.files.wordpress.com/2008/03/soal-bangun-datar.doc*

Tes Kompetensi 1.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

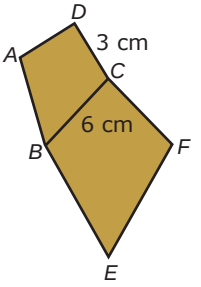
1. Ukuran lebar dan tinggi sebuah slide (film negatif) berturut-turut 36 mm dan 24 mm. Jika lebar pada layar 2,16 m, tentukan tinggi pada layar.
2. Amati gambar berikut.



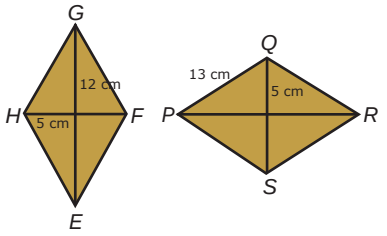
 a. Tentukan panjang *AC* dan *QR*.
 b. Apakah *ABC* sebangun dengan *PQR*? Jelaskan jawabanmu.
3. Amati gambar berikut.



 Pada gambar tersebut, jajargenjang *RSTU* sebangun dengan jajargenjang *KLMN*. Jika *KL* = 6 cm, *LM* = 4 cm, dan *RS* = 15 cm, tentukan:
 a. panjang *KN* dan *MN*;
 b. panjang *ST*, *TU*, dan *RU*.
4. Amati gambar berikut. Jika layang-layang *ABCD* sebangun dengan layang-layang *BEFC*, tentukan:
 a. panjang *CF*;
 b. panjang *EF*.



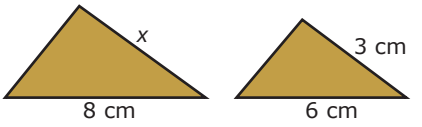
5. Amati gambar berikut.



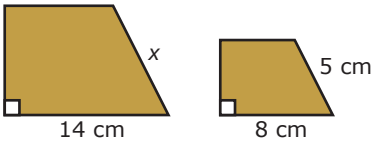
 a. Selidiki apakah belahketupat *EFGH* sebangun dengan belahketupat *PQRS*?
 b. Selidiki apakah belahketupat *EFGH* kongruen dengan belahketupat *PQRS*?

 Jelaskan hasil penyelidikanmu.
6. Pasangan bangun-bangun berikut adalah sebangun, tentukan nilai *x*.

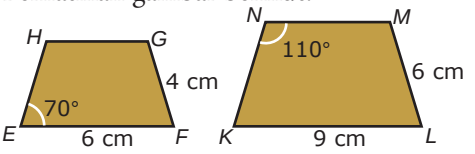
 a.



 b.



7. Perhatikan gambar berikut.

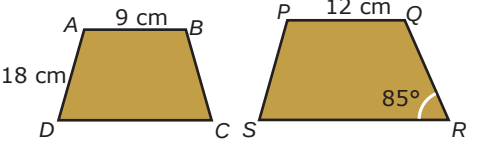


 Trapesium *EFGH* dan trapesium *KLMN* adalah trapesium sama kaki. Tunjukkan bahwa trapesium *EFGH* sebangun dengan trapesium *KLMN*.
8. Amati foto berikut. Foto tersebut mempunyai skala 1 : 65. Tentukan tinggi sebenarnya orang yang ada di foto tersebut.



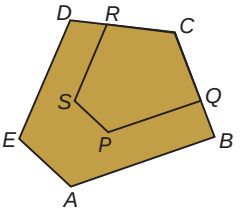
Sumber: *Dokumentasi Penerbit*

9. Trapesium *ABCD* sebangun dengan trapesium *PQRS*.



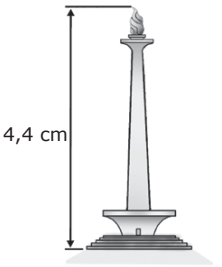
a. Tentukan panjang *PS*.
b. Tentukan besar *PQR*.
c. Tentukan besar *BCD*.
d. Tentukan besar *BAD*.

10. Segilima *ABCDE* sebangun dengan segilima *PQCRS*. Panjang *AB* = 7,5 cm, *BC* = 4,2 cm, *CD* = 3 cm, *PS* = 1 cm, *SR* = 2,5 cm, dan *RC* = 2 cm. Tentukan panjang:

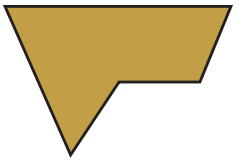


a. *AE*;
b. *QC*;
c. *DE*;
d. *PQ*.

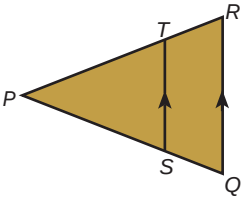
11. Diketahui tinggi Monas pada gambar di samping 4,4 cm. Jika skalanya 1 : 3.000, tentukanlah tinggi Monas sesungguhnya.



12. Bagilah bangun berikut menjadi dua bagian yang sama dan sebangun.

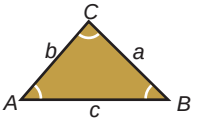


Selanjutnya, susunlah kembali kedua bagian tersebut sehingga membentuk bermacam-macam bangun. Cobalah, bangun-bangun apa saja yang dapat kamu peroleh?

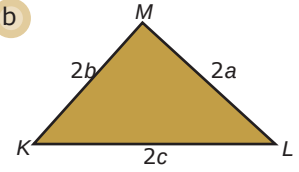


Gambar 1.11

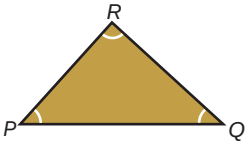
a



b



c



Gambar 1.12

B. Segitiga-Segitiga yang Sebangun

1. Syarat Dua Segitiga Sebangun

Amati Gambar 1.11.
Pada gambar tersebut, *QR* sejajar dengan *ST* (*QR* // *ST*).

Ukurlah panjang *PS*, *PQ*, *PT*, *PR*, *ST*, dan *QR*. Ukur pula besar *TPS*, *RPQ*, *PTS*, *PRQ*, *PST*, dan *PQR*. Berdasarkan hasil pengukuran tersebut, kamu akan memperoleh hubungan berikut:

(i) $\frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR} = \frac{ST}{QR}$;

(ii) *TPS* = *RPQ*, *PTS* = *PRQ*, *PST* = *PQR*.

Jadi, *PST* sebangun dengan *PQR*. Selanjutnya, amati Gambar 1.12(a). Pada gambar tersebut, *ABC* adalah segitiga dengan

AB = *c*; *BC* = *a*; *AC* = *b*

A = ; *B* = ; *C* = .

Jika kamu buat segitiga lain yang panjang *sisi-sisi bersesuaiannya* dua kali panjang sisi-sisi *ABC* maka diperoleh *KLM* seperti pada Gambar 1.12(b).

Dengan demikian, $KL = 2AB = 2c$, $LM = 2BC = 2a$, dan $KM = 2AC = 2b$. Sehingga $\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM} = \frac{1}{2}$.

Selanjutnya, ukurlah sudut-sudut KLM. Dari pengukuran tersebut, akan diperoleh hubungan berikut:

$A =$ $K =$

$B =$ $L =$

$C =$ $M =$

Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Jadi, ABC dan KLM sebangun.

Pada Gambar 1.12(c), PQR dibuat sedemikian rupa sehingga $P =$ $A =$, $Q =$ $B =$, dan $R =$ $C =$.

Ukurlah panjang sisi-sisi PQR. Dari pengukuran tersebut, kamu akan memperoleh hubungan berikut.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

Sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Jadi, ABC dan PQR sebangun.

Uraian tersebut menunjukkan bahwa dua segitiga yang *sisi-sisi bersesuaiannya* sebanding maka sudut-sudut yang bersesuaiannya sama besar. Hal ini berarti bahwa *dua segitiga yang sisi-sisi bersesuaiannya sebanding* adalah *sebangun*.

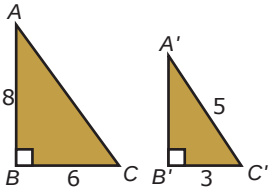
Sebaliknya, jika dua segitiga memiliki sudut-sudut bersesuaian yang sama besar maka sisi-sisi yang bersesuaiannya sebanding. Hal ini berarti bahwa *dua segitiga yang memiliki sudut-sudut bersesuaian sama besar* adalah *sebangun*.

Berdasarkan uraian tersebut, dapatkah kamu menerka suatu syarat dua segitiga sebangun? Cobalah nyatakan syarat dua segitiga sebangun dengan kata-katamu sendiri.

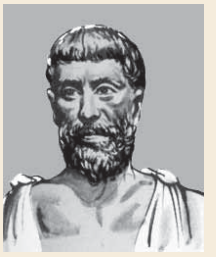
Dua segitiga dikatakan sebangun jika sisi-sisi yang bersesuaian sebanding atau sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Contoh 1.5

1. Coba kamu selidiki apakah ABC dan $A'B'C'$ pada gambar di samping sebangun? Jelaskan hasil penyelidikanmu.

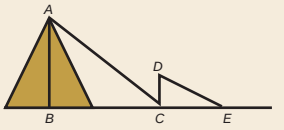


InfoMatika



Thales
(624 S.M.–546 S.M.)

Kira-kira 2.500 tahun yang lalu, seorang ahli Matematika Yunani, Thales, mengungkapkan gagasan yang fenomenal. Ia dapat menghitung tinggi piramida dari panjang bayangan suatu tongkat.



Thales menggunakan kenyataan bahwa segitiga besar ABC yang dibentuk oleh piramida dan bayangannya, sebangun dengan segitiga kecil DCE yang dibentuk oleh tongkat dan bayangannya. Oleh karena itu, diperoleh persamaan

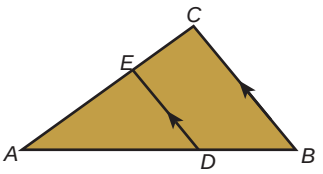
$$\frac{AB}{BC} = \frac{DC}{CE}$$

Thales dapat mengukur panjang BC, CD, dan CE. Dengan demikian, ia dapat menghitung AB (tinggi piramida) menggunakan persamaan tersebut.

Sumber: *Matematika, Khazanah Pengetahuan bagi Anak-Anak*, 1979

InfoNet

Kamu dapat menemukan informasi lebih lanjut tentang materi ini dari internet dengan mengunjungi alamat *artofmathematics.wordpress.com*



Gambar 1.13

Penyelesaian:

Amati ABC.

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ $\quad (AC)^2 = 8^2 + 6^2$

$(AC)^2 = 100 \quad AC = \sqrt{100} = 10$

Jadi, $AC = 10$.

Amati $A'B'C'$

$(A'B')^2 = (A'C')^2 - (B'C')^2 \quad (A'B')^2 = 5^2 - 3^2$

$(A'B')^2 = 25 - 9 \quad (A'B')^2 = 16$

$A'B' = \sqrt{16} = 4$

Oleh karena itu,

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{8}{4} = 2; \frac{BC}{B'C'} = \frac{6}{3} = 2; \frac{AC}{A'C'} = \frac{10}{5} = 2.$

Berarti, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$.

Jadi, ABC sebangun dengan $A'B'C'$.

2. Amati Gambar 1.13.

a. Jika $DE \,//\, BC$, apakah ADE sebangun dengan ABC?

b. Jika $BC = 6$ cm, $CE = 3$ cm, dan $AE = 6$ cm, tentukan panjang DE.

Penyelesaian:

a. Pada DE dan ABC tampak bahwa

$DAE = BAC$ (berimpit)

$ADE = ABC$ (sehadap)

$AED = ACB$ (sehadap)

Jadi, sudut-sudut yang bersesuaian dari ABC dan ADE sama besar sehingga ABC sebangun dengan ADE.

b. ADE sebangun dengan ABC. Oleh karena itu,

$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \quad \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AE + CE}$

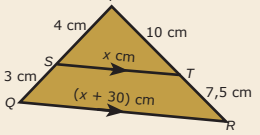
$\frac{DE}{6} = \frac{6}{6+3}$

$DE = 4$

Jadi, $DE = 4$ cm.

Siapa Berani?

1. Diketahui PQR dan XYZ dengan unsur-unsur sebagai berikut.
 $PQR = 40°$,
 $PRQ = 65°$,
 $YXZ = 75°$,
 $XYZ = 35°$.
 Selidikilah apakah PQR dan XYZ sebangun? Jelaskan.
2. Amati gambar berikut.



 a. Apakah PQR sebangun dengan PST? Jelaskan.
 b. Jika PQR sebangun dengan PST tentukan nilai x.

Aktivitas 1.1

Tujuan: Mengukur tinggi pohon menggunakan konsep kesebangunan.

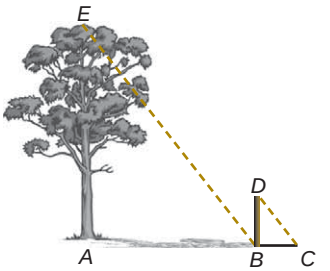
Cara Kerja:

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 4 sampai dengan 6 orang.
2. Carilah sebuah pohon di sekitar rumah atau sekolah.

3. Ambil sebuah tongkat yang telah diukur panjangnya.
4. Tancapkan tongkat tersebut di ujung bayangan pohon. Amati Gambar 1.14.
5. Hitung panjang bayangan tongkat dan bayangan pohon. Kemudian, jawab pertanyaan berikut.
 a. Apakah ABE sebangun dengan BCD?
 b. Dengan menggunakan perhitungan, tentukan tinggi pohon tersebut.

 Presentasikanlah hasil kegiatanmu di depan kelas.

Petunjuk: Kegiatan dilakukan sekitar pukul 09.00 atau pukul 16.00 pada saat cuaca sedang cerah.



▲ **Gambar 1.14**

2. Perbandingan Ruas Garis pada Segitiga

Amati Gambar 1.15. Pada gambar tersebut, diketahui bahwa $ST \parallel PR$. Oleh karena itu,

1) $SQT = PQR$ (berimpit)
2) $TSQ = RPQ$ (sehadap)
3) $STQ = PRQ$ (sehadap)

Berdasarkan (1), (2), dan (3), diperoleh SQT sebangun dengan PQR sehingga

$$\frac{SQ}{PQ} = \frac{TQ}{RQ} = \frac{ST}{PR} \quad \dots (*)$$

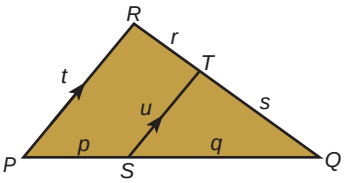
Jika $PS = p$, $SQ = q$, $RT = r$, $TQ = s$, $PR = t$, dan $ST = u$, dengan $p \neq 0$, $q \neq 0$, $r \neq 0$, $s \neq 0$, $t \neq 0$, $u \neq 0$, seperti tampak pada Gambar 1.15 maka persamaan (*) menjadi

$$\frac{q}{p+q} = \frac{s}{r+s} = \frac{u}{t}$$

Sekarang, amati perbandingan senilai $\frac{q}{p+q} = \frac{s}{r+s}$.

Jika kamu kalikan kedua ruas dengan $(p + q)(r + s)$, diperoleh

$$\frac{q}{p+q}(p+q)(r+s) = \frac{s}{r+s}(p+q)(r+s)$$
$$q(r+s) = s(p+q)$$
$$qr + qs = ps + qs$$
$$qr + qs - qs = ps + qs - qs$$
$$qr = ps$$
$$\frac{q}{p} = \frac{s}{r}$$



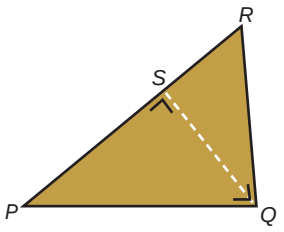
▲ **Gambar 1.15**

Tugas untukmu

Coba kamu selidiki. Jelaskan mengapa $p \neq 0$, $q \neq 0$, $r \neq 0$, $s \neq 0$, $t \neq 0$, dan $u \neq 0$?

Jadi, perbandingan ruas garis pada segitiga seperti tampak pada Gambar 1.15 adalah sebagai berikut.

$$\frac{q}{p} = \frac{s}{r}$$



Gambar 1.16

Berdasarkan perbandingan $\frac{q}{p} = \frac{s}{r}$ dapat dikatakan bahwa jika dalam suatu segitiga terdapat garis yang sejajar dengan salah satu sisi segitiga maka garis tersebut akan membagi sisi lainnya dengan perbandingan yang sama.

Selanjutnya, amati Gambar 1.16.

Coba kamu selidiki, apakah PQR sebangun dengan QSR? Pada gambar tersebut tampak bahwa:

1) $PQR = QSR$ (siku-siku);
2) $QRP = QRS$ (berimpit).

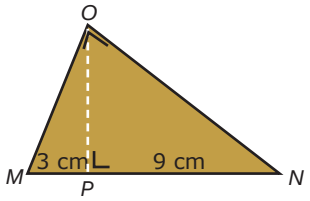
Berdasarkan (1) dan (2), diperoleh $QPR = RQS$. Mengapa? Coba kamu jelaskan.

Oleh karena itu, PQR sebangun dengan QSR sehingga berlaku hubungan

$$\frac{QR}{PR} = \frac{SR}{QR} \text{ atau } QR^2 = SR \cdot PR.$$

Contoh 1.6

1. Amati Gambar 1.17. Tentukan panjang OM.



Gambar 1.17

Penyelesaian:

MPO sebangun dengan MON sehingga

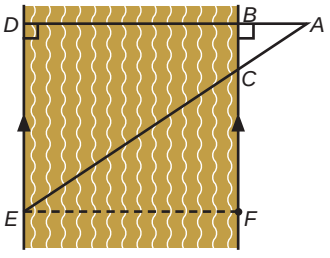
$$\frac{OM}{MN} = \frac{MP}{OM}$$

$$(OM)^2 = MP \cdot MN$$
$$(OM)^2 = 3 \cdot 12$$
$$(OM)^2 = 36$$
$$OM = 6 \text{ cm}$$

Jadi, panjang $OM = 6$ cm.

2. Lima orang anak ingin mengukur lebar sungai. Oleh karena secara langsung tidak memungkinkan, kegiatan pengukuran dilakukan secara tidak langsung.

Mereka berhasil menandai tempat-tempat A, B, C, D, dan E seperti tampak pada Gambar 1.18.



Gambar 1.18

Setelah dilakukan pengukuran, diperoleh $AB = 4$ m, $BC = 3$ m, dan $DE = 12$ m. Jika BF sejajar DE, berapa meter lebar sungai itu?

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal.

Diketahui : $AB = 4$ m, $BC = 3$ m, dan $DE = BF = 12$ m.

Ditanyakan : Lebar sungai (BD)?

Langkah 2

Menentukan konsep apa yang akan digunakan untuk menjawab soal. Konsep yang digunakan adalah segitiga-segitiga yang sebangun.

Langkah 3

Melakukan perhitungan dengan menggunakan konsep kesebangunan, sebagai berikut. Amati Gambar 1.18 pada soal.

Dari pengamatan yang teliti, diperoleh ABC sebangun dengan ADE, sehingga

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{4}{AB + BD} = \frac{3}{12}$$

$4 \quad 12 = 3(AB + BD)$ *kedua ruas kalikan 12 (AB + BD)*

$48 = 3(4 + BD)$ *substitusikan AB = 4*

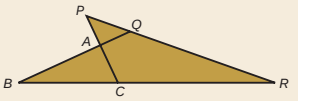
$4 + BD = 16$ *kedua ruas bagi dengan 3*

$BD = 12$

Jadi, lebar sungai itu adalah 12 meter.

Siapa Berani?

Amati gambar berikut.



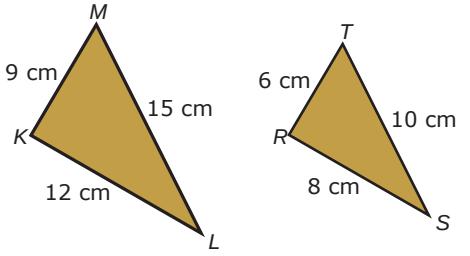
Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada perpanjangan AC, AB, dan BC suatu ABC. Jika P, Q, dan R segaris, buktikan bahwa

$$\frac{AQ}{QB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CP}{PA} = 1$$

Tes Kompetensi 1.2

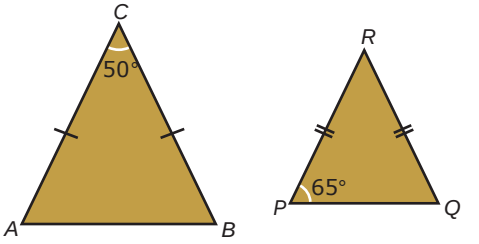
Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Amati gambar berikut.



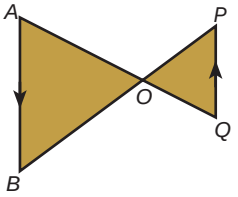
 a. Buktikan bahwa KLM sebangun dengan RST.
 b. Tentukan pasangan-pasangan sudut yang sama besar.

2. Amati gambar berikut.



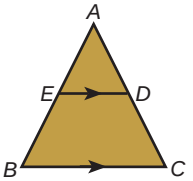
 a. Buktikan bahwa ABC sebangun dengan PQR.
 b. Tentukan pasangan sisi-sisi yang bersesuaian.

3. Amati gambar berikut.



a. Buktikan bahwa AOB sebangun dengan POQ.
b. Jika AB = 12 cm, PQ = 8 cm, dan AQ = 24 cm, tentukan panjang OA dan OQ.

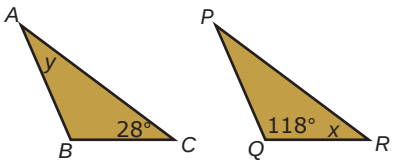
4. Amati gambar berikut. Diketahui $BC \parallel ED$.



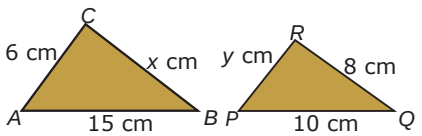
a. Buktikan bahwa ABC sebangun dengan AED.
b. Jika EB = 6 cm, BC = 10 cm, dan DE = 4 cm, tentukan panjang AE.

5. Jika ABC dan PQR pada soal berikut sebangun, tentukan nilai x dan y.

a.

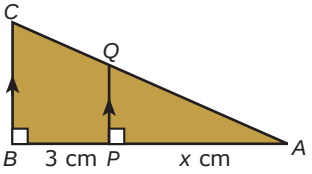


b.



6. Diketahui ABC sebangun dengan PQR. Jika AB = 6 cm, AC = 8 cm, BAC = 60°, dan PR = 10 cm, tentukan besar QRP dan panjang PQ.

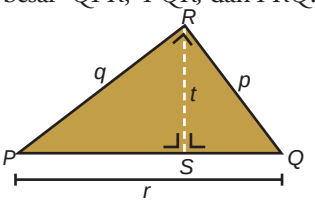
7. Amati gambar berikut.



a. Selidiki apakah ABC sebangun dengan APQ? Jelaskan.
b. Jika ABC sebangun dengan APQ tentukan nilai x.

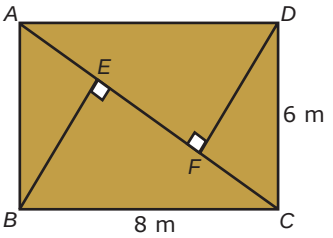
8. Diketahui ABC sebangun dengan PQR. Jika BAC = 50° dan ABC = 68°, tentukan besar QPR, PQR, dan PRQ.

9.



Pada gambar berikut, PRQ siku-siku, begitu juga dengan PSR. Nyatakan t dalam p, q, dan r.

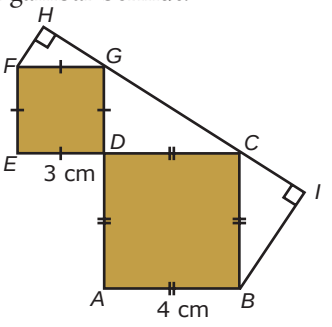
10. Amati gambar berikut.



Berdasarkan gambar di atas, tentukan:
a. panjang AC;
b. panjang CF;
c. panjang AE;
d. luas ADF.

11. Pak Amir akan membuat dua buah papan reklame berbentuk segitiga samasisi. Menurut pemesannya, perbandingan sisi kedua papan itu 3 : 7 dan selisih kedua sisinya 16 dm. Tentukanlah panjang sisi dari setiap segitiga itu.

12. Amati gambar berikut.



Dari gambar tersebut, buktikan:
a. DCG sebangun dengan IBC,
b. DCG sebangun dengan HGF. Kemudian, tentukan panjang CI, IB, HG, dan HF.

13. Diketahui ABC dan PQR kedua-duanya samakaki. Jika besar salah satu sudut dari ABC adalah 80° dan besar salah satu sudut dari PQR adalah 50°, jawablah pertanyaan berikut.
 a. Sketsalah beberapa kemungkinan bentuk geometri kedua segitiga itu dan tentukan besar semua sudutnya.
 b. Apakah ABC dan PQR sebangun? Jelaskan.

C. Dua Segitiga yang Kongruen

Perhatikan Gambar 1.19.

Ukurlah panjang sisi dan besar sudut segitiga ABC dan segitiga PQR. Jika kamu melakukan pengukuran dengan benar, diperoleh hubungan:

(i) $AB = PQ$, $BC = QR$, dan $AC = PR$.

(ii) $A = P$, $B = Q$, dan $C = R$.

Oleh karena itu, ABC kongruen dengan PQR.

Sekarang, ukurlah panjang sisi dan besar sudut KLM. Kemudian, bandingkan dengan unsur-unsur ABC. Dari hasil pengukuran tersebut, diperoleh hubungan berikut.

(iii) $AB \neq KL$, $BC \neq LM$, dan $AC \neq KM$.

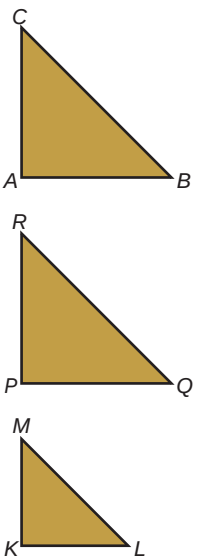
(iv) $A = K$, $B = L$, dan $C = M$.

Berdasarkan (iii) dan (iv) dapat diketahui bahwa BC tidak kongruen dengan KLM. Akan tetapi,

$$\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM}$$

Dengan demikian, ABC sebangun dengan KLM.

Berdasarkan uraian tersebut, dapatkah kamu menerka pengertian dua segitiga yang kongruen? Cobalah nyatakan pengertian dua segitiga yang kongruen dengan kata-katamu sendiri.



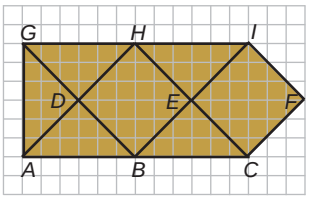
▲ Gambar 1.19

Dua segitiga yang kongruen pasti sebangun, tetapi dua segitiga yang sebangun belum tentu kongruen.

1. Sifat Dua Segitiga yang Kongruen

Gambar 1.20 menunjukkan sebagian dari pola pengubinan segitiga-segitiga yang kongruen.

Apabila ABD digeser ke kanan tanpa memutar dengan arah $\overrightarrow{AB}$ maka diperoleh



▲ Gambar 1.20

A *B* (*A* menempati *B*)
B *C* (*B* menempati *C*)
D *E* (*D* menempati *E*)
AB *BC* sehingga *AB* = *BC*
BD *CE* sehingga *BD* = *CE*
AD *BE* sehingga *AD* = *BE*

Hal ini menunjukkan bahwa dua segitiga yang kongruen memenuhi sifat umum berikut.

Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

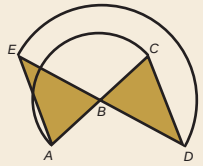
Dalam penggeseran *ABE* dengan arah $\overrightarrow{AB}$, diperoleh pula
DAB *EBC* sehingga *EAB* = *FBC*
DBA *ECB* sehingga *DBA* = *ECB*
ADB *BEC* sehingga *ADB* = *BEC*

Hal ini menunjukkan bahwa dua segitiga yang kongruen memenuhi sifat umum berikut.

Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

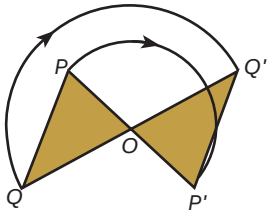
Siapa Berani?

Amati gambar berikut.



AE diputar setengah putaran dengan pusat *B* sehingga bayangannya *CD*. Akibatnya, *ABE* kongruen dengan *CBD*. Jika *BE* = 6 cm, *AE* = 8 cm, *BC* = 5 cm, *BAE* = 60°, dan *ABE* = 70°, tentukan:
a. panjang *BD* dan *AB*;
b. besar *BDC*, *CBD*, dan *BCD*.

Contoh 1.7

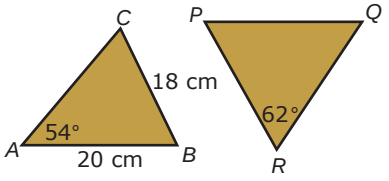


1. Pada gambar di samping, *PQ* diputar setengah putaran dengan pusat *O* (titik *O* di luar *PQ*) sehingga bayangannya *P'Q'*. Selidiki apakah *POQ* kongruen dengan *P'OQ'* ? Jelaskan hasil penyelidikanmu.

 Penyelesaian:

 PQ diputar setengah putaran terhadap pusat *O*, diperoleh
 a. *PQ* *P'Q'* sehingga *PQ* = *P'Q'*
 PO *P'O* sehingga *PO* = *P'O*
 QO *Q'O* sehingga *QO* = *Q'O*
 b. *QPO* *Q'P'O* sehingga *QPO* = *Q'P'O*
 PQO *P'Q'O* sehingga *PQO* = *P'Q'O*
 POQ *P'OQ'* sehingga *POQ* = *P'O'Q*

 Dari penjelasan (a) dan (b) maka *POQ* kongruen dengan *P'OQ'*, ditulis *POQ* *P'OQ'*.



2. Pada gambar di samping, *ABC* kongruen dengan *PQR*. Tentukan:
 a. besar *ACB* dan *PQR*;
 b. panjang sisi *QR*.

 Penyelesaian:

 a. *ABC* kongruen dengan *PQR* maka
 ACB = *PRQ* = 62°
 ABC = 180° – (*BAC* + *ACB)*

$= 180° - (54° + 62°) = 64°$

$PQR = ABC = 64°$.

b. ABC kongruen dengan PQR maka $QR = BC = 18$ cm.

2. Syarat Dua Segitiga Kongruen

Pada bagian sebelumnya, kamu sudah mengetahui bahwa dua segitiga akan kongruen jika sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Dengan demikian, kamu harus menghitung setiap panjang sisi dan besar sudut kedua segitiga untuk membuktikan kekongruenan dua segitiga tersebut. Tentunya hal ini akan menyita waktu. Apakah kamu tahu cara lain yang lebih efektif?

a. Sisi-Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang (s.s.s)

Amati Gambar 1.21. Pada gambar tersebut, $AB = PQ$, $BC = QR$, dan $AC = PR$. Ukurlah besar sudut-sudut dari kedua segitiga tersebut. Dari hasil pengukuran tersebut, kamu akan memperoleh hubungan $A = P$; $B = Q$; $C = R$.

Dengan demikian, ABC dan PQR memenuhi sifat dua segitiga yang kongruen, yaitu *sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar*. Jadi, ABC kongruen dengan PQR.

Berdasarkan uraian di atas tampak bahwa jika sisi-sisi yang bersesuaian dari dua segitiga sama panjang maka dua segitiga tersebut kongruen. Apakah hal itu berlaku secara umum? Untuk mengetahuinya, lakukanlah Tugas untukmu di samping.

Hasil yang benar dari tugas tersebut memperjelas sifat berikut.

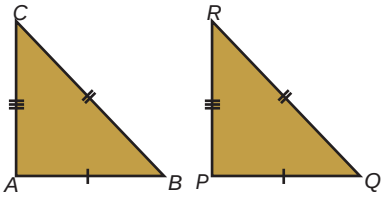
Jika sisi-sisi yang bersesuaian dari dua segitiga sama panjang (s.s.s) maka dua segitiga tersebut kongruen.

b. Dua Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang dan Sudut yang Diapitnya Sama Besar (s.sd.s)

Amati Gambar 1.22. Pada gambar tersebut, $DE = KL$, $D = K$, dan $DF = KM$. Ukurlah panjang EF dan LM, besar E dan L, serta besar F dan M. Berdasarkan hasil pengukuran

Siapa Berani?

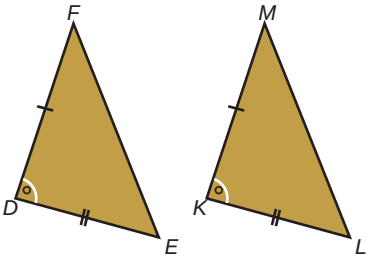
Coba kamu selidiki persamaan dan perbedaan antara dua segitiga yang sebangun dan dua segitiga yang kongruen.



▲ Gambar 1.21

Tugas untukmu

Gambarlah lima pasang segitiga sebarang yang sisi-sisi bersesuaiannya sama panjang (s.s.s). Ukurlah besar sudut-sudut yang bersesuaian dari setiap pasang segitiga. Selidikilah apakah besar sudut yang bersesuaian dari setiap pasang segitiga tersebut sama besar? Dapatkah dinyatakan bahwa jika sisi-sisi yang bersesuaian dari dua segitiga sama panjang maka dua segitiga tersebut kongruen? Tuliskan hasil penyelidikanmu pada selembar kertas, kemudian kumpulkan pada gurumu.



▲ Gambar 1.22

Tugas untukmu

Buatlah 3 pasang segitiga sebarang. Setiap pasang segitiga memiliki sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Ukurlah panjang sisi yang bersesuaian. Apakah dapat disimpulkan bahwa jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka dua segitiga tersebut kongruen? Coba selidiki adakah syarat yang lain agar dua segitiga tersebut kongruen? Tuliskan hasil penyelidikanmu pada kertas terpisah. Kemudian, kumpulkan pada gurumu.

tersebut, kamu akan memperoleh hubungan $EF = LM$, $E = L$, dan $F = M$.

Dengan demikian, pada DEF dan KLM berlaku

(i) $DE = KL$, $EF = LM$, $DF = KM$;

(ii) $D = K$, $E = L$, $F = M$.

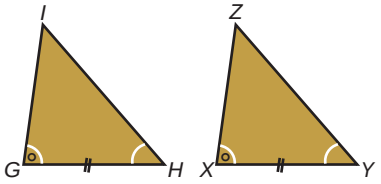
Hal ini menunjukkan bahwa DEF dan KLM memenuhi sifat dua segitiga yang kongruen. Jadi, $DEF \cong KLM$.

Uraian tersebut memperjelas sifat berikut.

Jika dua sisi yang bersesuaian dari dua segitiga sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar (s.sd.s) maka kedua segitiga itu kongruen.

c. Dua Sudut yang Bersesuaian Sama Besar dan Sisi yang Berada di Antaranya Sama Panjang (sd.s.sd)

Amati Gambar 1.23. Pada gambar tersebut $G = X$, $H = Y$, dan $GH = XY$. Ukurlah besar I dan Z, panjang GI dan XZ, serta panjang HI dan YZ. Dari hasil pengukuran tersebut, kamu akan memperoleh hubungan $I = Z$, $GI = XZ$, dan $HI = YZ$.



Gambar 1.23

Dengan demikian, pada GHI dan XYZ berlaku

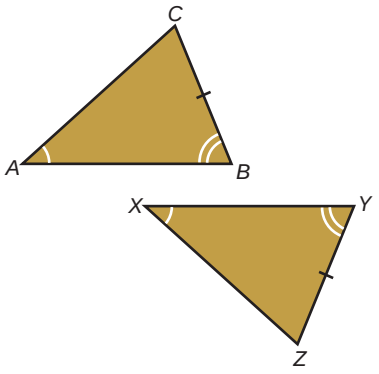
(i) $G = X$, $H = Y$, dan $I = Z$;

(ii) $GH = XY$, $HI = YZ$, dan $GI = XZ$.

Hal ini menunjukkan bahwa GHI dan XYZ memenuhi sifat dua segitiga yang kongruen. Jadi, $GHI \cong XYZ$.

Berdasarkan uraian tersebut, dapatkah kamu menemukan sifat berikut?

Jika dua sudut yang bersesuaian dari dua segitiga sama besar dan sisi yang berada di antaranya sama panjang (sd.s.sd) maka kedua segitiga itu kongruen.



Gambar 1.24

d. Dua Sudut yang Bersesuaian Sama Besar dan Sisi yang Berada di Hadapannya Sama Panjang (sd.sd.s)

Amati Gambar 1.24. Pada gambar tersebut, $A = X$, $B = Y$, dan $BC = YZ$. Ukurlah besar C dan Z, panjang AB dan XY, serta panjang AC dan XZ. Dari hasil pengukuran tersebut, kamu akan memperoleh hubungan $C = Z$, $AB = XY$, dan $AC = XZ$.

Dengan demikian, pada ABC dan XYZ berlaku
(i) $A = X$, $B = Y$, dan $C = Z$;
(ii) $AB = XY$, $BC = YZ$, dan $AC = XZ$.

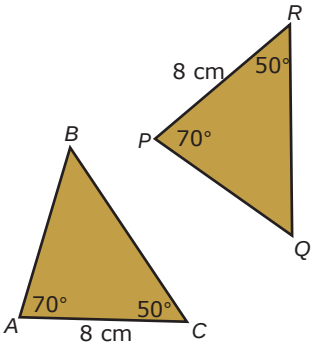
Hal ini menunjukkan bahwa ABC dan XYZ memenuhi sifat dua segitiga yang kongruen. Jadi, ABC XYZ.

Berdasarkan uraian tersebut, dapatkah kamu menemukan sifat berikut?

Jika dua sudut yang bersesuaian dari dua segitiga sama besar dan satu sisi sekutu kedua sudutnya sama panjang (sd.sd.s) maka kedua segitiga tersebut kongruen.

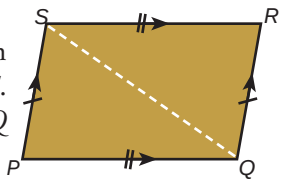
Contoh 1.8

1. Amati Gambar 1.25.
 Selidikilah apakah ABC kongruen dengan PQR? Jelaskan.
 Penyelesaian:
 Kedua segitiga tersebut memenuhi sd.s.sd sehingga ABC kongruen dengan PQR.



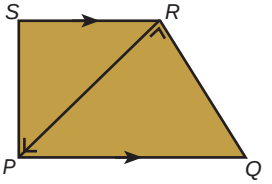
Gambar 1.25

2. Amati gambar di samping.
 $PQRS$ adalah jajargenjang dengan salah satu diagonalnya QS. Selidikilah apakah PQS dan RSQ kongruen? Jelaskan.



 Penyelesaian:
 Pada jajargenjang, sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar sehingga $PQ = SR$, $PQ \parallel SR$, dan $PS = QR$, $PS \parallel QR$.
 Selanjutnya, QS adalah diagonal sehingga $QS = SQ$.
 Dengan demikian, sisi-sisi yang bersesuaian dari PQS dan RSQ sama panjang (s.s.s).
 Jadi, PQS dan RSQ kongruen.

3. Amati trapesium siku-siku $PQRS$ pada gambar berikut.
 $PQ = 5$ cm, $SR = 3$ cm, dan $PS = 3$ cm.
 Selidikilah apakah PSR kongruen dengan PRQ?



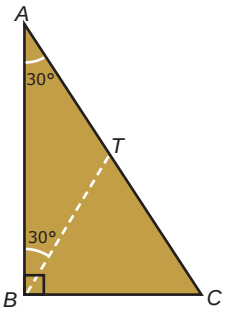
 Penyelesaian:
 Jika PSR dan PRQ kongruen maka haruslah $PS = PR$ dan $SR = RQ$ karena $PSR = PRQ$ (siku-siku).
 $PR = \sqrt{(PS)^2 + (SR)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
 Jadi, $PR \neq PS$.
 Oleh karena $PQ = 5$ cm maka $PQ \neq PR$. Dengan demikian,

Tugas untukmu

Lukislah masing-masing dua segitiga yang memenuhi syarat:
a. s. s. s
b. s. sd. s
c. sd. s. sd
d. sd. sd. s
Selidikilah apakah setiap pasangan segitiga yang kamu buat kongruen? Presentasikan hasil penyelidikanmu di depan kelas.

Hal Penting

Istilah-istilah penting yang kamu temui pada bab ini adalah
- kesebangunan
- kekongruenan
- skala
- perbandingan sisi
- perbandingan sudut



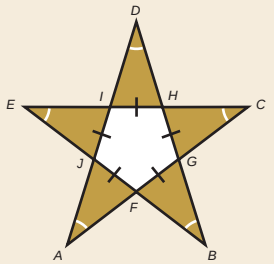
Gambar 1.26

Catatan

Garis berat segitiga adalah garis yang melalui salah satu titik tengah sisi segitiga dan titik sudut di hadapan sisi itu.

Siapa Berani?

Perhatikan gambar berikut.



Tentukan bangun-bangun datar yang kongruen.

sisi-sisi yang bersesuaian dari PSR dan PRQ tidak sama panjang. Jadi, PSR dan PRQ tidak kongruen.

3. Panjang Garis dan Besar Sudut dari Bangun Geometri

Konsep segitiga kongruen dapat digunakan untuk menghitung panjang garis dan besar sudut dari bangun datar, seperti jajargenjang, belahketupat, dan layang-layang. Sebelum menghitung panjang garis dan besar sudut dari bangun geometri, pelajarilah uraian berikut.

Gambar 1.26 memperlihatkan segitiga siku-siku ABC. Jika dibuat garis dari titik sudut B ke hipotenusa AC sedemikian rupa sehingga $ABT = 30°$, diperoleh

$ATB = 180° - (30° + 30°) = 120°$

$BTC = 180° - ATB = 180° - 120° = 60°$

$BCT = 180° - (BAT + ABC)$
$= 180° - (30° + 90°) = 60°$

$CBT = ABC - ABT = 90° - 30° = 60°$

Amati bahwa:
- $BAT = ABT = 30°$ sehingga ABT samakaki, dalam hal ini $AT = BT$;
- $CBT = BCT = BTC = 60°$ sehingga BTC samasisi, dalam hal ini $BT = BC = CT$.

Dengan demikian, $AT = BT = BC = CT$. Amati bahwa $AT = CT$ sehingga BT merupakan garis berat ABC.
Oleh karena $AC = AT + CT$ maka $AC = BC + BC = 2BC$ atau $AC = BT + BT = 2\,BT$.

Uraian tersebut memperjelas Sifat 1 dan Sifat 2 dari segitiga siku-siku bersudut 30° seperti berikut.

Sifat 1

Panjang garis berat segitiga siku-siku bersudut 30° yang ditarik dari titik sudut siku-siku sama dengan panjang setengah hipotenusanya.

Sifat 2

Panjang sisi terpendek dari segitiga siku-siku bersudut 30° sama dengan panjang setengah hipotenusanya.

Contoh 1.9

1. Amati Gambar 1.27(a). Jajargenjang $ABCD$ terbentuk dari dua segitiga siku-siku yang kongruen, yaitu ADC dan CBA. Jika AC = 12 cm, tentukan panjang semua sisi jajargenjang tersebut.

 Penyelesaian:

 Pelajarilah Gambar 1.33(b).

 $BA = 2\ CB$ *sifat 2*

 CBA siku-siku di C sehingga berlaku hubungan

 $(BA)^2 = (AC)^2 + (CB)^2$

 $(2CB)^2 = 12^2 + (CB)^2$

 $4(CB)^2 = 144 + (CB)^2$

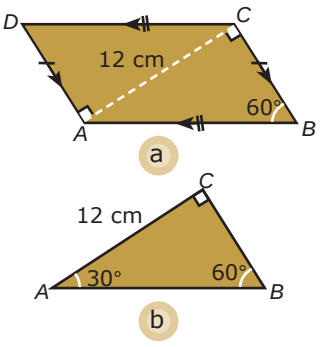
 $3(CB)^2 = 144$

 $CB = 4\sqrt{3}$

 Dengan demikian, $BA = 2CB = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

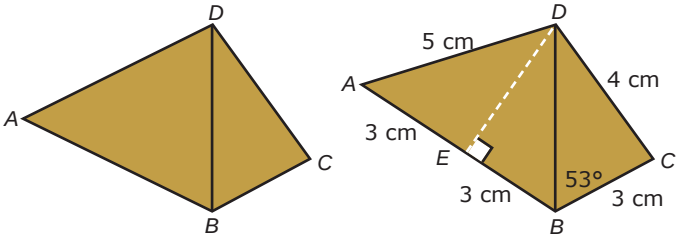
 Oleh karena ADC CBA maka

 $AD = CB = 4\sqrt{3}$ cm dan $DC = BA = 8\sqrt{3}$ cm.



▲ Gambar 1.27

2. Amati Gambar 1.28(a). Pada gambar tersebut, AB = 6 cm, BC = 3 cm, DC = 4 cm, DBC = 53°, dan $DB = DA$ = 5 cm. Tentukanlah besar DAB.

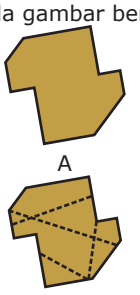


 Penyelesaian:

 - Pada gambar tersebut, ABD adalah segitiga samakaki. Tarik garis tinggi ABD yang melalui titik D hingga memotong AB di E seperti pada Gambar 1.28(b).
 - Oleh karena ABD segitiga samakaki dan DE garis tingginya maka $AE = EB$. Adapun DEB siku-siku di E, EB = 3 cm, dan DB = 5 cm.
 $(DE)^2 = (DB)^2 - (EB)^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
 DE = 4 cm.
 - Sekarang, amati DEB dan DCB.
 $DC = DE$ = 4 cm
 $CB = EB$ = 3 cm
 $DB = DB$ = 5 cm (berimpit)
 Oleh karena itu, DEB kongruen dengan DCB, akibatnya
 $DBC = DBE = 53°$.

Matematika Ria

1. Dari selembar karton, buatlah dua model bangun yang kongruen dengan ukuran bebas seperti pada gambar berikut.



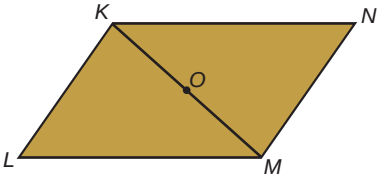
2. Guntinglah bangun B menurut garis putus-putus.
3. Acaklah potongan-potongan bangun B.
4. Susun dan tempelkan potongan-potongan tersebut hingga menutupi bangun A.
5. Pertanyaan:
 a. Apakah potongan-potongan bangun B dapat disusun menyerupai bangun A?
 b. Apa yang dapat kamu simpulkan?

- DEB kongruen dengan DEA karena
 $ED = ED =$ 4 cm (berimpit)
 $DB = DA =$ 5 cm
 $EB = EA =$ 3 cm
 Jadi, $DAB = DBE = 53°$.

Tes Kompetensi 1.3

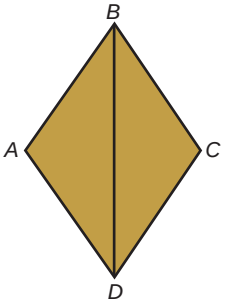
Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Pada gambar berikut, KLM diputar setengah putaran pada titik tengah MK, yaitu titik O. Akibatnya, KLM dan bayangannya, yaitu MNK kongruen.



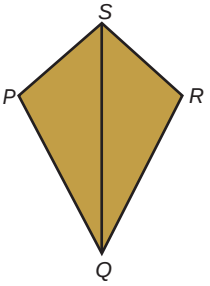
 a. Tentukan pasangan sisi yang sama panjang.
 b. Tentukan pasangan sudut yang sama besar.
 c. Berbentuk apakah bangun $KLMN$?

2. Amati gambar berikut.



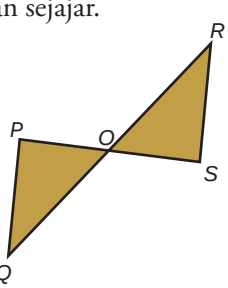
 $ABCD$ adalah belahketupat dengan salah satu diagonalnya BD. Dari gambar tersebut diperoleh ABD kongruen dengan CBD.
 a. Tentukanlah pasangan sisi yang sama panjang.
 b. Tentukanlah pasangan sudut yang sama besar.

3. Amati gambar berikut.



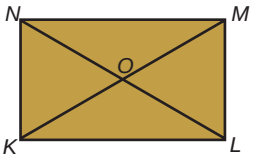
 $PQRS$ adalah layang-layang dengan sumbu simetrinya QS. Dari gambar tersebut diperoleh PQS kongruen dengan RQS.
 a. Tentukanlah pasangan sisi yang sama panjang.
 b. Tentukanlah pasangan sudut yang sama besar.

4. Pada gambar berikut, PQ dan RS sama panjang dan sejajar.



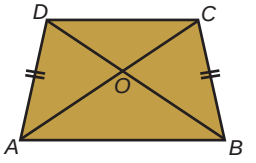
 Buktikan bahwa POQ kongruen dengan SOR.

5. Pada gambar berikut, $KLMN$ adalah persegipanjang dengan kedua diagonalnya berpotongan di titik O.



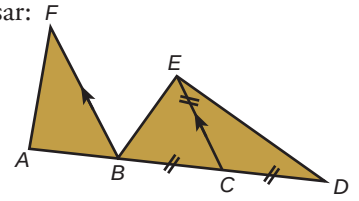
a. Buktikan bahwa *KLM* kongruen dengan *MNK*.
b. Tentukan pasangan segitiga lain yang kongruen dari gambar tersebut.

6. Pada gambar berikut, *ABCD* adalah trapesium samakaki dengan kedua garis diagonalnya berpotongan di titik *O*.

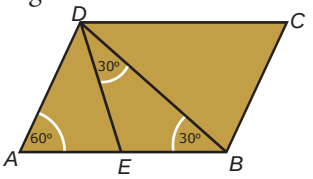


a. Buktikan bahwa *DAC* kongruen dengan *CBD*.
b. Tentukan pasangan segitiga lain yang kongruen dari gambar tersebut.

7. Pada gambar berikut, $BC = CD = CE$, $ABF = 50°$, dan $BF \,//\, CE$.
Tentukan besar:
a. *BCE*;
b. *CDE*
c. *CED*;
d. *CBE*;
e. *BEC*.



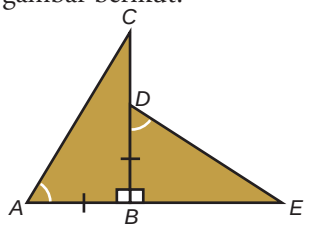
Untuk soal nomor 8 dan 9, perhatikan gambar berikut dengan $DC = 8$ cm dan $ED = EB$.



8. Tentukan besar:
a. *BED*;
b. *AED*;
c. *DBC*;
d. *BDC*;
e. *ADE*;
f. *BCD*.

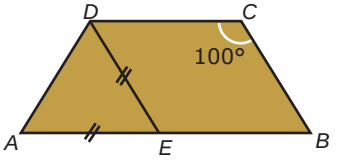
9. Tentukan panjang:
a. *AE*;
b. *EB*;
d. *AD*;
e. *BC*.
c. *ED*;

10. Amati gambar berikut.



Diketahui:
$AB = BD$, $\quad = \quad$, dan $AE \quad BC$.
a. Buktikan bahwa *ABC* kongruen dengan *BED*.
b. Jika $BC = 10$ cm dan $CD = \frac{1}{3} BD$, tentukanlah panjang garis *DE* dan luas *BED*.

11. Amati gambar berikut.



ABCD adalah trapesium samakaki.
Jika $BC \,//\, ED$ dan $AE = ED$, tentukan besar:
a. *EBC*;
b. *EDC*;
c. *BED*;
d. *AED*;
e. *EAD*;
f. *ADE*.

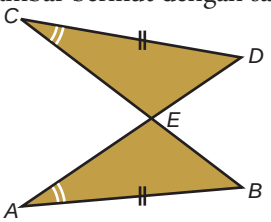
12. Amati gambar berikut.



a. Tentukan pasangan-pasangan segitiga kongruen yang terdapat dalam belah-ketupat *ABCD*.

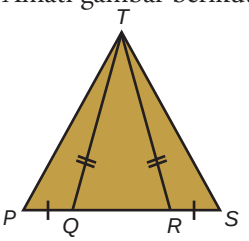
b. Jika $BD = 32$ cm, $DC = 20$ cm, dan $FC = \frac{1}{3} OF$, tentukan luas BDF.

13. Amati gambar berikut dengan saksama.



Diketahui $BCD = BAD$ dan $AB = CD$. Selidikilah apakah ABE kongruen dengan CDE.

14. Amati gambar berikut.



Pada gambar berikut, $QT = RT$ dan $PQ = RS$. Buktikan bahwa PQT kongruen dengan SRT.

Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. Dua bangun dikatakan sebangun jika
 a. panjang sisi-sisi yang bersesuaian dari kedua bangun tersebut memiliki perbandingan senilai, dan
 b. sudut-sudut yang bersesuaian dari kedua bangun tersebut sama besar.
2. Bangun-bangun yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama dikatakan bangun-bangun yang kongruen.
3. Syarat dua segitiga sebangun adalah sisi-sisi yang bersesuaian sebanding atau sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
4. Syarat dua segitiga kongruen:
 a. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang (s.s.s); atau
 b. Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapitnya sama besar (s.sd.s); atau
 c. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang berada di antaranya sama panjang (sd.s.sd); atau
 d. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang berada di hadapannya sama panjang (sd.sd.s).

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

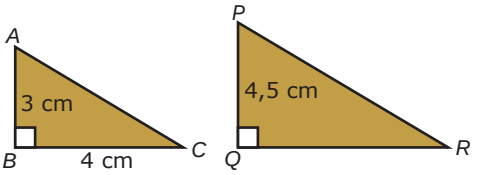
1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang kesulitan-kesulitan yang dihadapi saat mempelajari bab ini.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Tes Kompetensi Bab 1

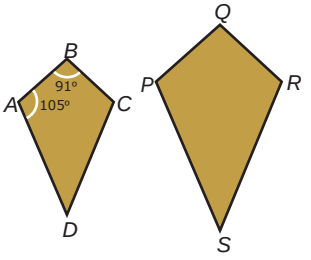
Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Pada sebuah peta, jarak 3,2 cm mewakili 288 km. Skala peta tersebut adalah
 a. 1 : 4.500.000
 b. 1 : 6.000.000
 c. 1 : 7.500.000
 d. 1 : 9.000.000
2. Diketahui sebuah kolam berbentuk lingkaran. Pada denah berskala 1 : 200, kolam itu digambar dengan diameter 4 cm. Jika $\pi = 3{,}14$ maka luas tanah yang digunakan untuk kolam adalah
 a. 200,96 m^2
 b. 50,24 m^2
 c. 25,12 m^2
 d. 12,56 m^2
3. Pasangan bangun datar berikut ini pasti sebangun, *kecuali*
 a. dua segitiga samasisi
 b. dua persegi
 c. dua segienam beraturan
 d. dua belahketupat
4. Diketahui *ABC* sebangun dengan *PQR*. Panjang *PR* adalah



 a. 6 cm
 b. 7,5 cm
 c. 8,5 cm
 d. 9 cm
5. Amati gambar berikut. Diketahui layang-layang *ABCD* sebangun dengan layang-layang *PQRS*. Besar sudut *PSR* adalah
 a. 59°
 b. 61°
 c. 78°
 d. 91°

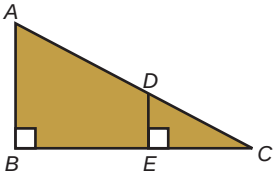


6. Sebuah penampung air yang panjangnya 10 m sebangun dengan kotak korek api yang panjang, lebar, dan tingginya berturut-turut 4 cm; 3,5 cm; dan 1,5 cm. Volume penampung air tersebut adalah

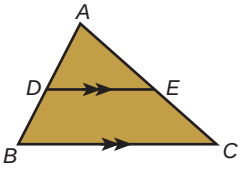
a. 328.125 liter
b. 287.135 liter
c. 210.000 liter
d. 184.250 liter

7. Panjang bayangan tugu karena sinar Matahari adalah 15 m. Pada tempat dan saat yang sama, tongkat sepanjang 1,5 m yang ditancapkan tegak lurus terhadap tanah mempunyai bayangan 3 m. Tinggi tugu adalah
 a. 6 m
 b. 7,5 m
 c. 8,5 m
 d. 9 m

8. Pada segitiga siku-siku *ABC*, *DE* // *AB*. Jika *AB* = 18 cm, *BE* = 20 cm, dan *EC* = 10 cm, luas *CDE* adalah
 a. 7,5 cm^2
 b. 15 cm^2
 c. 30 cm^2
 d. 270 cm^2

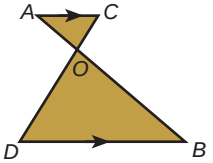


9. Pada segitiga *ABC* berikut, *DE* // *BC*.



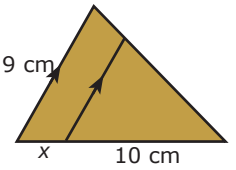
 Perbandingan Luas *ADE* : luas trapesium *BCED* adalah 4 : 5. Luas *ADE* : luas *ABC* adalah
 a. 4 : 3
 b. 5 : 9
 c. 4 : 9
 d. 9 : 4

10. Pada gambar berikut, *AC* // *DB*.



 Jika *OA* = 4 cm, *OB* = 8 cm, dan *OD* = 10 cm, maka panjang *OC* adalah
 a. 2 cm
 b. 6,5 cm
 c. 7 cm
 d. 5 cm

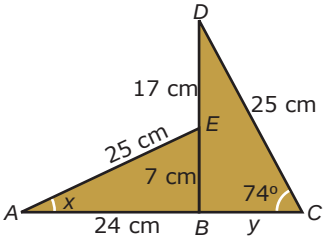
11. Pada gambar berikut, nilai *x* sama dengan



 a. 6,7 cm
 b. 5,0 cm
 c. 4,0 cm
 d. 3,0 cm

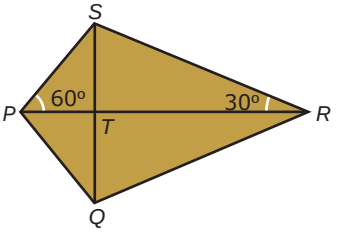
Ebtanas 1995

12. Amati gambar berikut.



 Pada gambar berikut, besar sudut *x* dan panjang *y* adalah
 a. 16° dan 7 cm
 b. 16° dan 24 cm
 c. 74° dan 7 cm
 d. 74° dan 24 cm

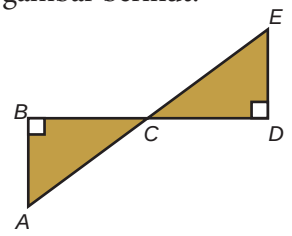
13. Pada gambar berikut, layang-layang *PQRS* terbentuk dari dua segitiga siku-siku yang kongruen, yaitu *PQR* dan *PSR*.



Jika SQ = 24 cm maka panjang QR adalah

a. 16 cm
b. 20 cm
c. 24 cm
d. 28 cm

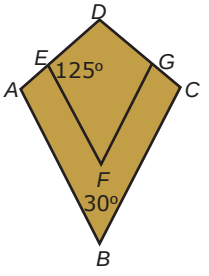
14. Amati gambar berikut.



Pada gambar di atas, ABC kongruen dengan EDC, AC = 10 cm, dan DE = $5\sqrt{3}$ cm. Keliling EDC adalah

a. $2\sqrt{3}$ cm
b. $18\sqrt{2}$ cm
c. $(15 + 5\sqrt{3})$ cm
d. $(15 + 3\sqrt{5})$ cm

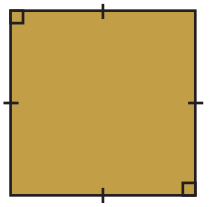
15. Pada gambar berikut, layang-layang $ABCD$ sebangun dengan layang-layang $EFGD$.



Jika AB = 18 cm, CD = 12 cm, DG = $\frac{3}{4}DC$, ABC = 30°, dan DEF = 125°, panjang ED dan besar DAB adalah

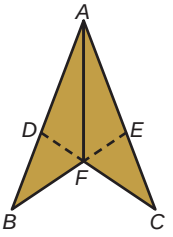
a. 9 cm dan 125°
b. 3 cm dan 125°
c. 9 cm dan 30°
d. 3 cm dan 80°

16. Benda yang sebangun dengan persegi berikut adalah



a. ubin berukuran 30 cm × 20 cm
b. buku berukuran 40 cm × 30 cm
c. sapu tangan berukuran 20 cm × 20 cm
d. permukaan meja berukuran 15 dm × 10 dm

17. Amati gambar berikut.



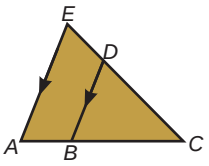
Jika diketahui BAC = 60°; AD = AE = 5 cm; dan EC = DB = 4 cm maka panjang BE adalah

a. 7 cm
b. 8 cm
c. 9 cm
d. 10 cm

18. Besar sudut-sudut suatu segitiga adalah $3x°$, $5x°$, dan $7x°$. Sudut yang terkecil dari segitiga itu besarnya

a. 9°
b. 12°
c. 15°
d. 18°

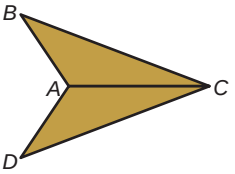
19. Amati gambar berikut.



Pada gambar tersebut, ΔACE sebangun dengan ΔBCD. Jika $AC = 6$ cm, panjang AB adalah

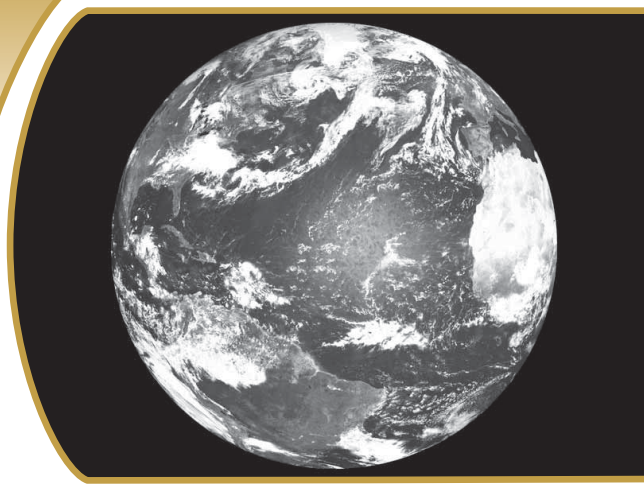
a. 1,6 cm
b. 2,4 cm
c. 3,6 cm
d. 4,8 cm

20. Pada gambar berikut,



$\Delta ABC \quad \Delta ADC$. Jika $DC = 6{,}5$ cm, $AO = 4$ cm, dan $DAC = 140°$ maka panjang AB adalah

a. 4 cm
b. 5,5 cm
c. 6,5 cm
d. 8 cm



Sumber: *www.3dnworld.com*

Bab 2

Bangun Ruang Sisi Lengkung

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami sifat-sifat tabung, kerucut, dan bola serta menentukan ukurannya dengan cara mengidentifikasi unsur-unsur tabung, kerucut, dan bola, menghitung luas selimut dan volume tabung, kerucut, dan bola, serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan tabung, kerucut, dan bola.

Di Kelas VIII, kamu telah mempelajari bangun ruang sisi datar, yaitu balok, kubus, prisma tegak, dan limas tegak. Pada bab ini, konsep yang telah kamu pelajari tersebut akan digunakan untuk memahami bangun ruang sisi lengkung, yaitu tabung, kerucut, dan bola.

Konsep bangun ruang sisi lengkung banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalah seperti pada uraian berikut.

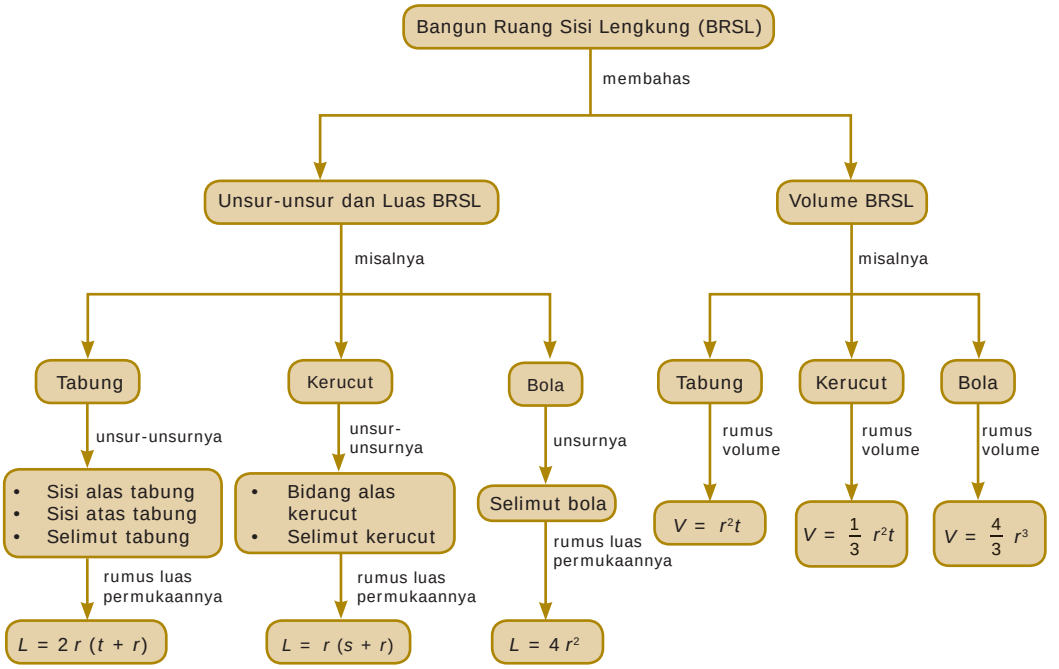
Bumi yang kita diami mempunyai bentuk yang hampir menyerupai bola. Jika diketahui jari-jari Bumi 6.370 km dan $= \frac{22}{7}$, dapatkah kamu mencari volume Bumi?

Jika kamu menguasai konsep volume bola, tentu kamu akan dapat menjawabnya dengan mudah. Oleh karena itu, pelajarilah bab ini dengan baik.

A. Unsur-Unsur dan Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung

B. Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung

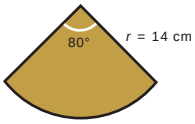
Diagram Alur



Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Jika diketahui luas alas dan tingginya, tentukan:
 a. Volume prisma tegak;
 b. Volume limas tegak.
2. Diketahui lingkaran dengan jari-jari 7 cm. Tentukan keliling dan luas daerah lingkaran tersebut.
3. Tentukan luas permukaan balok yang berukuran panjang 8 cm, lebar 2 cm, dan tinggi 2 cm.
4. Tentukan luas juring lingkaran pada gambar berikut.



5. Tentukan volume dan luas permukaan kubus yang panjang rusuknya 10 cm.

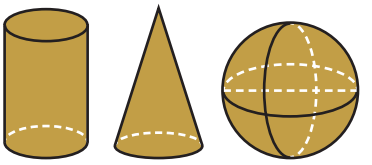
A. Unsur-Unsur dan Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Lengkung


Kaleng Sarden | Nasi Tumpeng | Bola Takraw

▲ Gambar 2.1

Kamu tentu pernah menjumpai bangun-bangun seperti kaleng sarden, nasi tumpeng, dan bola takraw.

Bangun-bangun pada Gambar 2.1 merupakan *bangun ruang sisi lengkung*. Adapun bentuk geometri dari benda-benda tersebut berturut-turut tampak pada Gambar 2.2.

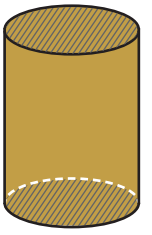


▲ Gambar 2.2

Dapatkah kamu menyebutkan nama-nama bangun ruang pada Gambar 2.2?

1. Tabung

Amati Gambar 2.3. Bangun tersebut dibatasi oleh dua sisi yang sejajar dan kongruen berbentuk lingkaran (ditunjukkan oleh daerah yang diarsir) serta sisi lengkung (daerah yang tidak diarsir). Bangun ruang seperti ini dinamakan tabung.

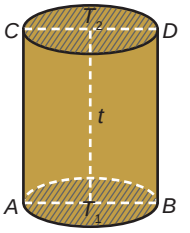


▲ Gambar 2.3

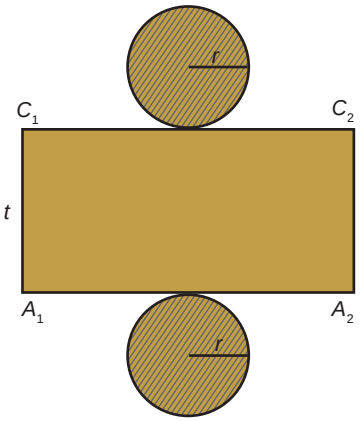
a. Unsur-Unsur Tabung

Amatilah Gambar 2.4. Unsur-unsur tabung tersebut dapat diuraikan sebagai berikut.

a. Sisi yang diarsir (lingkaran T_1) dinamakan *sisi alas tabung*. Dinamakan sisi apakah lingkaran T_2?
b. Titik T_1 dan T_2 masing-masing dinamakan *pusat lingkaran* (pusat sisi alas dan sisi atas tabung). Pusat lingkaran merupakan titik tertentu yang mempunyai jarak yang sama terhadap semua titik pada lingkaran itu.
c. Titik A dan B pada lingkaran alas tabung, sedangkan titik C dan D pada lingkaran atas. Ruas garis T_1A dan T_1B dinamakan jari-jari lingkaran (jari-jari bidang alas tabung). Jari-jari lingkaran merupakan jarak pusat lingkaran ke titik pada lingkaran. Sebutkanlah jari-jari bidang atas tabung.
d. Ruas garis AB dinamakan *diameter* atau *garis tengah* lingkaran (diameter bidang alas). Diameter lingkaran merupakan ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran yang melalui titik pusat lingkaran. Sebutkanlah diameter bidang atas tabung.
e. Ruas garis yang menghubungkan titik T_1 dan T_2 dinamakan *tinggi tabung*, biasa dinotasikan dengan t. Tinggi tabung disebut juga sumbu simetri putar tabung.



▲ Gambar 2.4



Gambar 2.5 ▲

Catatan

Oleh karena tidak dapat dinyatakan secara tepat dalam bentuk desimal maupun pecahan, biasanya 3,14 atau $\frac{22}{7}$. Tanda = menyatakan nilai hampiran. Akibatnya, luas permukaan tabung merupakan nilai hampiran. Selanjutnya, untuk memudahkan pembahasan, nilai adalah 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

Siapa Berani?

Seorang pengrajin akan membuat 100 kaleng berbentuk tabung yang terbuat dari seng. Tinggi dan diameter tabung yang akan dibuat berturut-turut 20 cm dan 15 cm serta = 3,14. Jika harga 1 m^2 seng adalah Rp12.000,00, berapa rupiah uang yang harus disediakan pengrajin untuk membuat seluruh kaleng?

f. Sisi lengkung tabung, yaitu sisi yang tidak diarsir dinamakan *selimut tabung*. Adapun garis-garis pada sisi lengkung yang sejajar dengan sumbu tabung (ruas garis T_1T_2) dinamakan *garis pelukis tabung*.

b. Luas Permukaan Tabung

Amati kembali Gambar 2.4 dengan saksama. Jika tabung pada Gambar 2.4 direbahkan dengan cara memotong sepanjang ruas garis *AC*, keliling alas, dan keliling atasnya ditempatkan pada bidang datar maka diperoleh jaring-jaring tabung, seperti pada Gambar 2.5.

Daerah yang tidak diarsir (selimut tabung) pada Gambar 2.5 berbentuk persegipanjang dengan ukuran sebagai berikut.

Panjang = keliling alas tabung = $2\ r$

Lebar = tinggi tabung = t

sehingga luas selimut tabung = panjang × lebar

$= 2\ r \times t$

$= 2\ rt$

Luas permukaan tabung sama dengan luas jaring-jaringnya, yaitu

L = luas selimut tabung + 2 × luas alas.

Dengan demikian, luas permukaan tabung adalah

$$L = 2\ rt + 2\ r^2$$
$$= 2\ r\ (t + r)$$

Contoh 2.1

1. Sebuah tabung berjari-jari 10 cm. Jika tingginya 30 cm dan = 3,14, hitunglah luas permukaannya.

 Penyelesaian:

 Diketahui r = 10 cm, t = 30 cm, dan = 3, 14, diperoleh

 $L = 2\ r\ (t + r)$

 $= 2 \times 3{,}14 \times 10 \times (30 + 10) = 2.512$

 Jadi, luas permukaannya adalah 2.512 cm^2.

2. Diketahui luas selimut tabung 1.256 cm^2. Jika = 3.14, dan jari-jari alas tabung 10 cm, tentukan:

 a. Tinggi tabung;

 b. Luas permukaan tabung.

 Penyelesaian:

 luas selimut tabung = $2\ rt$ = 1.256 cm^2

 = 3,14

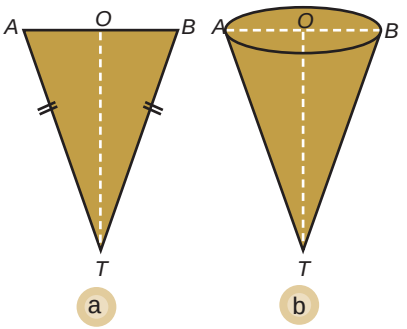
 r = 10 cm

a. $2\,rt = 1.256 \quad 2\,(3{,}14) \times 10 \times t = 1.256$
$62{,}8\,t = 1.256$
$t = 20$
Jadi, tinggi tabung tersebut adalah 20 cm.

b. $L = 2\,rt + 2\,r^2$
$= 1.256 + 2\,(3{,}14) \times 10^2$
$= 1.256 + 628 = 1.884$
Jadi, luas permukaan tabung tersebut adalah 1.884 cm^2.

2. Kerucut

Amati Gambar 2.6 dengan saksama. Gambar 2.6(a), memperlihatkan segitiga samakaki *ATB* dengan alas *AB* dan tinggi *OT*. Jika *ATB* diputar pada sumbu *OT*, diperoleh bangun ruang seperti pada Gambar 2.6(b). Bangun ruang tersebut dinamakan kerucut.

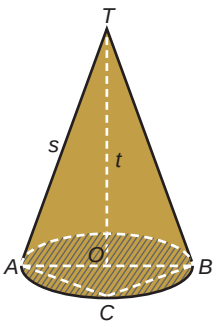


▲ Gambar 2.6

a. Unsur-Unsur Kerucut

Amati kerucut pada Gambar 2.7. Unsur-unsur kerucut dapat diuraikan sebagai berikut.

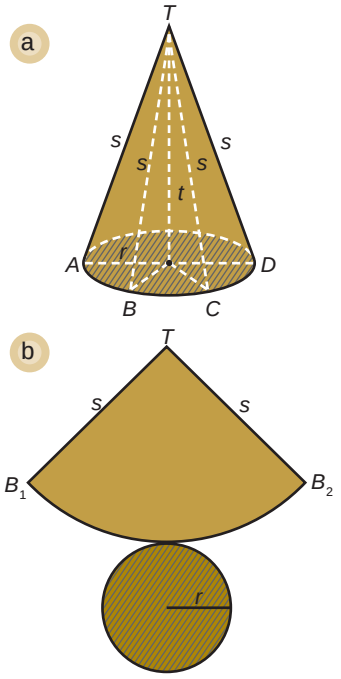
a. Sisi yang diarsir dinamakan *bidang alas kerucut*.
b. Titik *O* dinamakan *pusat lingkaran* (pusat bidang alas kerucut), sedangkan titik *T* dinamakan *puncak kerucut*.
c. Ruas garis *OA* dinamakan *jari-jari bidang alas kerucut*. Sebutkan jari-jari bidang alas kerucut lainnya.
d. Ruas garis *AB* dinamakan *diameter bidang alas kerucut*.
e. Ruas garis yang menghubungkan titik *T* dan *O* dinamakan *tinggi kerucut* (*t*).
f. Ruas garis *BC* dinamakan *tali busur bidang alas kerucut*. Sebutkan tali busur bidang alas kerucut lainnya.
g. Sisi yang tidak diarsir dinamakan *selimut kerucut*. Adapun ruas-ruas garis pada selimut kerucut yang menghubungkan titik puncak *T* dan titik-titik pada lingkaran (misalnya *TA*) dinamakan *garis pelukis kerucut* (*s*).



▲ Gambar 2.7

b. Luas Permukaan Kerucut

Gambar 2.8(a) menunjukkan kerucut dengan titik puncak *T* dan jari-jari bidang alasnya adalah *r*. Jika kerucut itu kamu potong sepanjang ruas garis *TB* dan seputar lingkaran alasnya, serta diletakan pada bidang datar maka diperoleh jaring-jaring kerucut, seperti pada Gambar 2.8(b).



Gambar 2.8 ▲

Amati Gambar 2.8(b). Daerah yang diarsir merupakan alas kerucut (berbentuk lingkaran). Adapun daerah yang tidak diarsir merupakan selimut kerucut yang berbentuk juring lingkaran. Berapakah luas juring TB_1B_2? Untuk menjawabnya, pelajarilah uraian berikut.

Panjang busur B_1B_2 = keliling alas kerucut = $2\,r$.

Keliling lingkaran yang berjari-jari s adalah $2\,s$.

Luas lingkaran yang berjari-jari s adalah s^2.

Oleh karena $\dfrac{\text{luas juring } TB_1B_2}{\text{luas lingkaran}} = \dfrac{\text{panjang busur } B_1B_2}{\text{keliling lingkaran}}$

maka luas juring $TB_1B_2 = \dfrac{2\,r}{2\,s} \times s^2 = rs$.

Jadi, luas selimut kerucut adalah rs.

Dengan demikian, luas permukaan kerucut adalah

L = luas selimut kerucut + luas alas kerucut

$L = rs + r^2 = r(s + r)$

Jadi, rumus luas permukaan kerucut adalah

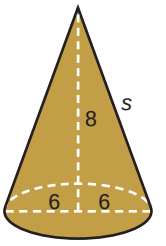
$$L = r\,(s+r)$$

Uji Kecerdikan

Azis akan membuat dua buah kerucut dari bahan karton. Luas permukaan kerucut kesatu dua kali luas permukaan kerucut yang kedua. Adapun panjang garis pelukis kerucut yang kesatu juga dua kali panjang garis pelukis yang kedua. Akan tetapi, ia kebingungan menentukan panjang jari-jari kedua kerucut itu. Dapatkah kamu membantunya untuk menghitung perbandingan jari-jari kedua kerucut itu?

Contoh 2.2

1. Sebuah kerucut berdiameter 12 cm. Jika tingginya 8 cm dan = 3,14, hitunglah:
 a. Luas selimutnya;
 b. Luas alasnya;
 c. Luas permukaan kerucut.



Penyelesaian:

Amati gambar berikut.

$r = 6$ cm dan $t = 8$ cm

$s = \sqrt{r^2 + t^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

Jadi, panjang garis pelukisnya 10 cm.

a. Luas selimut kerucut

 $L_1 = rs = 3{,}14 \times 6 \times 10 = 188{,}4$

 Jadi, luas selimutnya 188,4 cm^2.

b. Luas alas kerucut

 $L_2 = r^2 = 3{,}14 \times 6^2 = 113{,}04$

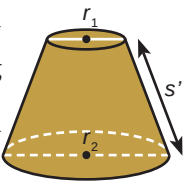
 Jadi, luas alas kerucut adalah 113,04 cm^2.

c. Luas permukaan kerucut

 $L = L_1 + L_2 = 188{,}4 + 113{,}04 = 301{,}44$

 Jadi, luas permukaannya adalah 301,44 cm^2.

2. Gambar berikut memperlihatkan skema tutup lampu. Jika $r_1 = 7$ cm, $r_2 = 14$ cm, $s' = 30$ cm, dan $= \frac{22}{7}$, berapa meter persegi kain yang digunakan untuk membuat tutup lampu tersebut?



Penyelesaian:

Langkah 1

Lengkapi gambar pada soal sehingga membentuk bangun kerucut, kemudian tentukan variabel-variabelnya. Gambar kerucut dari permasalahan ini diperlihatkan pada Gambar 2.9.

Langkah 2

Menentukan nilai s_1 dengan menggunakan perbandingan.
Diketahui $r_1 = 7$ cm, $r_2 = 14$ cm, dan $s' = 30$ cm
Untuk menentukan s_1, caranya sebagai berikut.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{s_1}{s_1 + s'} \qquad \frac{7}{14} = \frac{s_1}{s_1 + 30}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{s_1}{s_1 + 30}$$

$$s_1 = 30$$

Langkah 3

Menghitung luas selimut kerucut.

- Amati kerucut yang kecil.
 Luas selimutnya $= r_1 s_1$
 $= \frac{22}{7} \times 7 \times 30 = 660 \text{ cm}^2$
- Amati kerucut yang besar.
 Luas selimutnya $= r_2 (s_1 + s') = \frac{22}{7} \times 14 (30 + 30)$
 $= 2.640 \text{ cm}^2$

Langkah 4

Menghitung luas kain yang dibutuhkan.

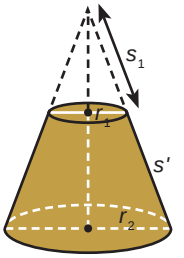
luas kain = luas selimut kerucut besar – luas selimut kerucut kecil
$= 2.640 \text{ cm}^2 - 660 \text{ cm}^2 = 1.980 \text{ cm}^2$
$= 0, 198 \text{ m}^2$

Jadi, kain yang dibutuhkan seluas 1.980 cm^2.

3. Pak Buyung akan membuat model kerucut dari selembar aluminium seperti pada Gambar 2.10. Jika luas permukaan model kerucut itu $75,36 \text{ cm}^2$ dan $= 3,14$, tentukan jari-jari, panjang garis pelukis, dan tinggi kerucut yang mungkin.

InfoNet

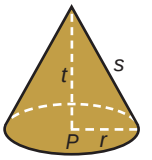
Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat:
learning-with-me.blogspot.com/2006/09/geometry_11.html



▲ Gambar 2.9

Tugas untukmu

Coba kamu selidiki konsep geometri apakah yang digunakan dalam perbandingan $\frac{r_1}{r_2} = \frac{s_1}{s_1 + s'}$.
Jelaskan hasil penyelidikanmu di depan kelas.



▲ Gambar 2.10

Siapa Berani?

Sebuah model kerucut akan dibuat dari aluminium. Jika luas permukaan model kerucut itu 360 cm^2, jawablah pertanyaan berikut.

a. Selidiki apakah mungkin diameter alas model kerucut itu panjangnya 40 cm? Jelaskan hasil penyelidikanmu.

b. Berapa panjang diameter kerucut yang mungkin?

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Luas permukaan kerucut, $L = 75{,}36\ cm^2$ dan $= 3{,}14$.

Ditanyakan: Panjang jari-jari, panjang garis pelukis, dan tinggi kerucut yang mungkin.

Langkah 2

Masukkan nilai-nilai yang diketahui ke dalam rumus luas permukaan kerucut sebagai berikut.

$L = 75{,}36 \quad 75{,}36 = r(s + r)$

$75{,}36 = 3{,}14r(s + r)$

$24 = r(s + r) \quad \ldots (*)$

Langkah 3

Menghitung panjang jari-jari, panjang garis pelukis, dan tinggi kerucut yang mungkin dengan menggunakan persamaan (*) pada langkah ke-2 sebagai berikut.

Kemungkinan ke-1

Untuk $r = 1$ maka $1(s + 1) = 24 \quad s = 23$

$t = \sqrt{s^2 \quad r^2} = \sqrt{23^2 \quad 1^2} = \sqrt{528}$

Jadi, jika jari-jari model kerucut 1 cm maka panjang garis pelukis dan tinggi kerucut berturut-turut adalah 23 cm dan $\sqrt{528}$ cm.

Kemungkinan ke-2

Untuk $r = 2$ maka $2(s + 2) = 24 \quad s = 10$

$t = \sqrt{s^2 \quad r^2} = \sqrt{10^2 \quad 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

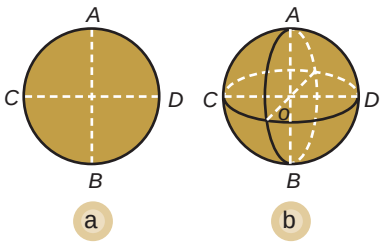
Jadi, jika jari-jari model kerucut 2 cm maka panjang garis pelukis dan tinggi kerucut berturut-turut adalah 10 cm dan $4\sqrt{6}$ cm.

Kemungkinan ke-3

Untuk $r = 3$ maka $s = 5$ dan $t = 4$.

Jadi, jika jari-jari model kerucut 3 cm maka panjang garis pelukis dan tingginya berturut-turut adalah 5 cm dan 4 cm.

Adakah cara menentukan model kerucut yang lainnya? Jelaskan alasannya.



Gambar 2.11 ▲

3. Bola

Gambar 2.11(a) memperlihatkan lingkaran dengan diameter *AB* atau *CD*. Jika lingkaran pada Gambar 2.11(a) diputar terhadap titik *O* (*AOB* sebagai sumbu putar), diperoleh bangun ruang seperti pada Gambar 2.11(b). Bangun ruang seperti ini dinamakan bola.

a. Unsur-Unsur Bola

Bola adalah bangun ruang yang hanya memiliki satu sisi dan tidak memiliki rusuk. Amati kembali Gambar 2.11(b). Unsur-unsur bola dapat diuraikan sebagai berikut.

1) Titik O dinamakan *titik pusat bola*.
2) Ruas garis OA dinamakan *jari-jari bola*. Sebutkan jari-jari bola lainnya.
3) Ruas garis CD dinamakan *diameter bola*. Jika kamu amati, ruas garis AB juga merupakan diameter bola. AB dapat pula disebut *tinggi bola*.
4) Sisi bola adalah kumpulan titik yang mempunyai jarak sama terhadap titik O. Sisi tersebut dinamakan *selimut* atau *kulit bola*.
5) Ruas garis ACB dinamakan *tali busur bola*. Sebutkan tali busur bola lainnya.
6) Ruas-ruas garis pada selimut bola yaitu $ACBDA$ dinamakan *garis pelukis bola*.

b. Luas Permukaan Bola

Amati kembali bahasan mengenai luas permukaan tabung dan kerucut. Dari pembahasan tersebut, kamu dapat melihat cara mencari luas permukaan bangun ruang yang secara umum adalah sebagai berikut.

a. Membuat jaring-jaring bangun tersebut.
b. Menghitung luas jaring-jaring bangun tersebut.
c. Luas permukaan bangun sama dengan luas jaring-jaringnya.

Akan tetapi, cara seperti itu tidak dapat diterapkan pada bola karena kamu tidak bisa membuat jaring-jaring dari sebuah bola. Untuk menentukan nilai hampiran luas permukaan bola, lakukan aktivitas berikut.

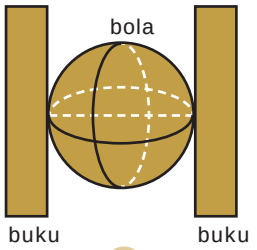
InfoMatika

Menurut Archimedes, jika bola dan tabung memiliki jari-jari yang sama dan tinggi tabung sama dengan diameter bola, luas permukaan bola sama dengan luas selimut tabung.

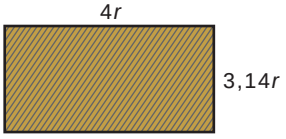
Aktivitas 2.1

Tujuan: Menentukan nilai hampiran luas permukaan bola.

1. Sediakan bola plastik kecil, gunting, karton, penggaris, dan dua buku tebal.
2. Letakkan bola plastik seperti pada gambar (a). Kemudian, ukurlah jarak antarbuku. Panjang jari-jari bola tersebut adalah $\frac{1}{2}$ kali jarak antarbuku.



a



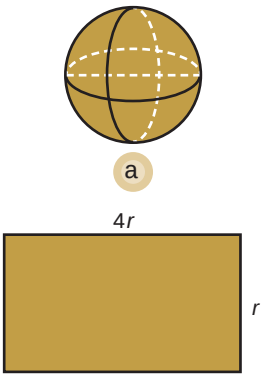
b

3. Buatlah model persegipanjang dari karton dengan panjang 4 kali panjang jari-jari bola ($4r$) dan lebar 3,14 kali panjang jari-jari bola seperti gambar (b). Berapa cm^2 luas model persegipanjang itu?
4. Potong-potong bola plastik sehingga menjadi potongan-potongan yang sangat kecil. Kemudian, potongan-potongan bola plastik itu diletakkan pada model persegipanjang itu.
5. Apakah seluruh kulit bola itu persis menutupi seluruh permukaan model persegipanjang tersebut?
6. Ulangi langkah ke-3 sampai dengan langkah ke-5 dengan membuat model persegipanjang dengan ukuran sebagai berikut.
 a. panjang $4r$ dan lebar $3{,}5r$
 b. panjang $4r$ dan lebar $2{,}5r$
 c. panjang $4r$ dan lebar $2r$
7. Perkirakan berapa cm^2 luas permukaan bola plastik itu.
8. Apa yang dapat kamu simpulkan dari kegiatan ini? Presentasikan hasil kegiatanmu di depan kelas.

 Petunjuk:
 Kedua buku diletakkan vertikal dan sejajar.

Misalkan, Gambar 2.12(a) adalah bola plastik berjari-jari r, sedangkan Gambar 2.12(b) adalah sehelai kertas berbentuk persegipanjang dengan luas daerah $4\ r^2$.

Jika bola plastik dikuliti, kemudian kulitnya diletakkan pada sehelai kertas yang berbentuk persegipanjang dengan luas $4\ r^2$ (seperti Gambar 2.12(b)) maka kulit bola itu akan persis menutupi seluruh permukaan kertas itu. Hal tersebut menggambarkan bahwa rumus luas permukaan bola adalah



Gambar 2.12 ▲

$$L = 4\ r^2$$

dengan
L = luas permukaan bola
r = jari-jari bola
$= 3{,}14$ atau $= \frac{22}{7}$

Contoh 2.3

1. Sebuah bola diketahui jari-jarinya 10 cm. Jika $= 3{,}14$, hitunglah luas permukaan bola itu.

 Penyelesaian:
 Diketahui: jari-jari bola r =10 cm dan $= 3{,}14$.

Ditanyakan: Luas permukaan bola L?
$L = 4\,r^2 = 4 \times 3{,}14 \times 10^2 = 1.256$.
Jadi, luas permukaan bola adalah 1.256 cm^2.

2. Tangki penyimpanan gas alam cair berbentuk bola dengan diameter 70 m. Supaya tangki itu dapat menyimpan gas alam cair sampai –160°C tanpa membeku, lapisan luar tangki tersebut diisolasi.
 a. Berapa meter persegi isolasi yang diperlukan untuk melapisi tangki itu?
 b. Jika biaya isolasi per meter persegi adalah Rp75.000,00, berapa besar biaya yang diperlukan untuk mengisolasi tangki tersebut?

 Penyelesaian:

 Langkah 1

 Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.
 Diketahui: Diameter tangki, d = 70 m
 Biaya isolasi per meter persegi = Rp75.000,00
 Ditanyakan:
 a. Berapa m^2 isolasi yang diperlukan?
 b. Berapa besar biaya yang diperlukan untuk mengisolasi tangki itu?

 Langkah 2

 Menentukan rumus yang digunakan untuk menjawab soal.
 Rumus yang digunakan adalah luas permukaan bola, yaitu $L = 4\,r^2$.

 Langkah 3

 Menentukan panjang jari-jari tangki, kemudian menghitung luas permukaan tangki, sebagai berikut.

 $$\text{Jari-jari } r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \times 70 = 35 \text{ m}$$

 $$L = 4\,r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times (35)^2 = 15.400$$

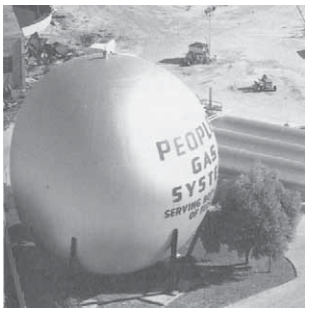
 Jadi, isolasi yang diperlukan adalah seluas permukaan bola, yaitu 15.400 m^2.

 Langkah 4

 Menghitung biaya untuk mengisolasi tangki, yaitu sebagai berikut.
 Biaya per meter persegi adalah Rp75.000,00
 sehingga biaya seluruhnya adalah
 15.400 × Rp75.000,00 = Rp1.155.000.000,00.
 Jadi, biaya untuk mengisolasi tangki tersebut adalah Rp1.155.000.000,00.

Catatan

Bukti dari rumus $L = 4\,r^2$ tidak diberikan di buku ini. Pembuktian rumus tersebut akan kamu pelajari di tingkat pendidikan yang lebih tinggi.

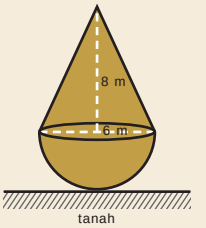


Sumber: *The World Book Encyclopedia Volume 8*, 1996

▲ **Gambar 2.13**

Siapa Berani?

Gambar berikut memperlihatkan sebuah monumen yang dibentuk dari sebuah kerucut dan setengah bola.



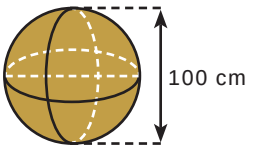
Monumen tersebut menempel pada tanah seluas 1 m^2. Jika monumen itu akan dicat dan setiap m^2 memerlukan biaya Rp35.000,00, berapa rupiah biaya pengecatan tugu tersebut? (ambil = 3,14)

Tes Kompetensi 2.1

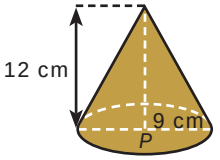
Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Hitunglah luas permukaan bangun ruang berikut.

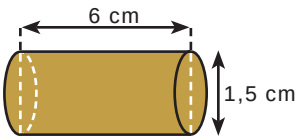
 a.



 b.



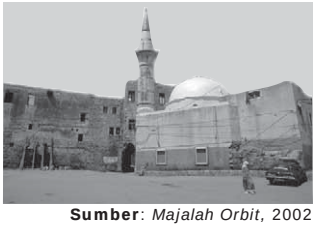
 c.



2. Sebuah tabung diketahui luas permukaannya 4.396 cm^2. Jika tingginya 15 cm dan = 3,14, hitunglah tinggi tabung itu.
3. Sebuah kerucut berdiameter 10 cm. Jika tingginya 12 cm dan = 3,14, hitunglah:
 a. luas selimutnya;
 b. luas alasnya;
 c. luas permukaan kerucut.
4. Hitunglah diameter bola jika = 3,14 dan luas permukaannya:
 a. 200,96 cm^2
 b. 452,16 cm^2
 c. 1.256 cm^2
 d. 5.024 cm^2
5. Hitunglah luas permukaan bola yang memiliki ketentuan berikut.
 a. Jari-jari 45 cm dan $= \frac{22}{7}$.
 b. Diameter 80 cm dan = 3,14.
6. Sebuah kerucut jari-jari alasnya 10 cm. Jika panjang garis pelukisnya 24 cm dan = 3,14 hitunglah:
 a. Tinggi kerucut;
 b. Luas selimut kerucut;
 c. Luas alas kerucut;
 d. Luas permukaan kerucut.
7. Bulan hampir menyerupai bola dengan diameter 3.476 km. Hitunglah luas permukaan bulan jika $= \frac{22}{7}$.



8. Kubah sebuah gedung berbentuk setengah bola. Kubah tersebut mempunyai diameter 16 m. Jika permukaan kubah bagian dalam akan dicat dan setiap meter persegi memerlukan biaya sebesar Rp40.000,00, berapa biaya yang dibutuhkan untuk mengecat kubah itu?



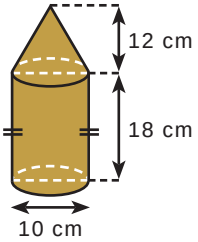
Sumber: *Majalah Orbit*, 2002

9. Gambar berikut merupakan tabung dengan bagian atas dan bawah berupa setengah bola. Jika diameter tabung $8\frac{2}{5}$ cm dan tinggi tabung 20 cm, tentukanlah luas permukaan bangun tersebut $= \frac{22}{7}$.

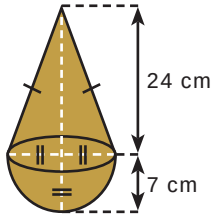


10. Hitunglah luas permukaan bangun ruang berikut.

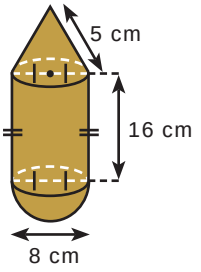
 a.



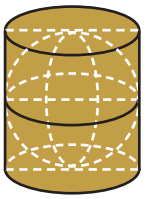
b.



c.



11. Sebuah penampung minyak berbentuk tabung dengan keliling alasnya 50,24 m dan tingginya 10 m. Sisi atas dan sisi lengkungnya akan dicat. Jika untuk mengecat 1 m^2 memerlukan biaya Rp30.000,00, berapa biaya yang dibutuhkan untuk mengecat penampung minyak itu?
12. Sebuah pabrik akan membuat tenda berbentuk kerucut tanpa alas dari kain parasut. Tenda yang akan dibuat memiliki diameter 20 m dan panjang garis pelukis 5 m. Jika biaya pembuatan tenda tiap m^2 adalah Rp80.000,00, berapa biaya yang harus disediakan untuk membuat sebuah tenda?
13. Ukuran garis pelukis kerucut lebih panjang 15 cm daripada panjang jari-jari alasnya. Jika luas selimut kerucut adalah 2.198 cm^2 dan π = 3,14, hitunglah:
 a. panjang jari-jari dan panjang garis pelukis kerucut dan
 b. luas permukaan kerucut.
14. Sebuah bola plastik dimasukkan ke dalam tabung sehingga bola itu menyinggung sisi alas, sisi atas, dan sisi lengkung tabung, seperti gambar berikut. Diketahui luas permukaan tabung 924 cm^2 dan $\pi = \frac{22}{7}$. Tentukanlah luas kulit bola itu.



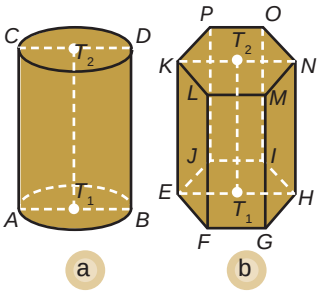
16. Sebuah model kerucut akan dibuat dari aluminium. Jika luas permukaannya 200 cm^2, jawablah pertanyaan berikut.
 a. Mungkinkah diameter model kerucut tersebut 30 cm? Jelaskan jawabanmu.
 b. Berapa panjang diameter kerucut yang mungkin?

B. Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung

Volume bangun ruang menyatakan ukuran atau kemampuan menampung suatu benda cair. Misalnya, volume sebuah drum adalah 100 liter, artinya apabila drum itu diisi minyak sampai penuh maka dapat menampung 100 liter minyak.

1. Volume Tabung

Amatilah Gambar 2.14 dengan saksama. Apabila kamu amati dengan teliti (Gambar 2.14(a) dan (b)), antara tabung dan prisma tegak mempunyai kesamaan, yaitu mempunyai dua sisi (bidang) sejajar dan kongruen (bidang atas kongruen



▲ **Gambar 2.14**
(a) tabung
(b) prisma tegak

dengan bidang alas). Hal tersebut menggambarkan kesamaan dalam cara mencari volumenya, yaitu luas alas × tinggi.

Di Kelas VIII, kamu telah mengetahui bahwa volume prisma bergantung pada bentuk alasnya. Jika alas prisma berbentuk segitiga, volume prisma segitiga adalah

$(\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}) \times \text{tinggi}$.

Hal tersebut berlaku pula pada prisma segiempat, prisma segilima, dan seterusnya hingga prisma segi-n. Bagaimana jika alas prisma berbentuk lingkaran?

Prisma yang alasnya berbentuk lingkaran disebut tabung. Akibatnya, cara menentukan volume tabung sama dengan cara menentukan volume prisma, yaitu

V = luas alas × tinggi

dalam hal ini,

V = luas lingkaran × tinggi

Kamu juga telah mengetahui rumus luas lingkaran, yaitu r^2.

Jadi, rumus volume tabung adalah

$$V = \text{luas alas} \times \text{tinggi} = r^2t$$

Dalam hal ini,

V = volume tabung

$= 3{,}14$ atau $= \frac{22}{7}$

r = jari-jari alas tabung

t = tinggi tabung

Tugas untukmu

Kerjakan tugas ini secara berkelompok yang terdiri atas 4 atau 5 orang (disesuaikan dengan kondisi di kelas).

1. Dengan mengevaluasi Contoh 2.4 nomor 2a, cobalah kamu terka suatu ketentuan umum mengenai rumus perubahan volume tabung jika tingginya berubah, sedangkan jari-jarinya tetap.
2. Dengan mengevaluasi Contoh 2.4 nomor 2b, cobalah kamu terka suatu ketentuan umum mengenai perubahan volume tabung jika jari-jarinya berubah, sedangkan tingginya tetap.

Nyatakan ketentuan-ketentuan tersebut dengan kata-katamu sendiri.
(Petunjuk: misalkan, volume tabung mula-mula adalah $V = r^2t$ dan volume tabung setelah perubahan n kali adalah V_n).

Contoh 2.4

1. Sebuah tabung diketahui jari-jarinya 6 cm, tingginya 7 cm, dan $= \frac{22}{7}$. Hitunglah volume tabung tersebut.

 Penyelesaian:

 $V = r^2t = \frac{22}{7} \times 6^2 \times 7 = 792$

 Jadi, volumenya 792 cm^3.
2. Tentukan volume tabung pada soal nomor 1, jika
 a. tingginya menjadi 2 kali lebih panjang dari tinggi semula (jari-jari tetap);
 b. jari-jarinya menjadi 3 kali lebih panjang dari jari-jari semula (tinggi tetap).

Penyelesaian:

a. $t_1 = 2t = 2 \times 7$ cm

$V_1 = r^2 t_1 = \frac{22}{7} \times 6^2 \times 2 \times 7 = 2 \times \frac{22}{7} \; 6^2 \; 7$

$= 2 \times 792 = 1.584$

Jadi, volumenya 1.584 cm^3.

b. $r_2 = 3r = 3 \times 6$ cm

$V_2 = r_2^2 t = \frac{22}{7} \times (3 \times 6)^2 \times 7 = \frac{22}{7} \times 3^2 \times 6^2 \times 7$

$= 3^2 \times \frac{22}{7} \; 6^2 \; 7 = 3^2 \times 792 = 9 \times 792 = 7.128$

Jadi, volumenya 7.128 cm^3.

Selidikilah penyelesaian Contoh 2.4.

- Untuk soal nomor 2a:
 Jika tinggi tabung menjadi 2 kali lebih panjang daripada tinggi semula ($t_1 = 2t$) maka
 $V_1 = r^2 t_1 = r^2 (2t) = 2(r^2 t) = 2V$.
 Uraian tersebut memperjelas ketentuan berikut.

Misalnya, volume sebuah tabung adalah V. Jika tingginya menjadi n kali lebih panjang dari tinggi semula (jari-jari tetap), volumenya menjadi n kali volume semula ($V_n = n \times V$).

- Untuk soal nomor 2b:
 Jika jari-jari tabung menjadi 3 kali lebih panjang daripada jari-jari semula ($r_2 = 3r$) maka
 $V_2 = r_2^2 t = (3r)^2 t = 3^2 (r^2 t) = 3^2 V$.
 Uraian tersebut memperjelas ketentuan berikut.

Misalnya, volume sebuah tabung adalah V. Jika jari-jarinya menjadi n kali lebih panjang daripada jari-jari semula (tinggi tetap), volumenya menjadi n^2 kali volume semula ($V_n = n^2 \times V$).

Contoh 2.5

Diketahui sebuah tangki air berbentuk tabung yang tingginya 200 cm. Tabung tersebut dapat menampung air sampai penuh sebanyak 1.570 liter. Jika = 3,14, hitunglah:

a. luas alas tangki tersebut;
b. panjang jari-jari alasnya;
c. luas selimut tangki.

InfoMatika



Archimedes (Yunani, 287–212 SM)

Archimedes lebih dikenal karena ide sainsnya mengenai teori mengambang dan tenggelam. Menurut cerita, suatu hari ia pernah berlari tanpa busana dari kamar mandinya sambil berteriak "*Eureka*!", yang artinya "Saya berhasil menemukannya!". Ia berhasil menemukan cara mengetahui *volume* suatu benda dengan memasukkannya ke dalam air. Kemudian, mengukur berapa banyak air yang didorong oleh benda tersebut. Archimedes juga dikenal sebagai matematikawan yang sangat hebat. Ia menemukan rumus luas bangun datar dan volume bangun ruang.

Sumber: *Ensiklopedia Matematika*, 1998

Matematika Ria

Seseorang akan mengukur 4 liter air secara tepat. Akan tetapi, ia hanya mempunyai 2 tabung berukuran 5 liter dan 3 liter. Bagaimana orang tersebut harus mengukurnya?

Penyelesaian:

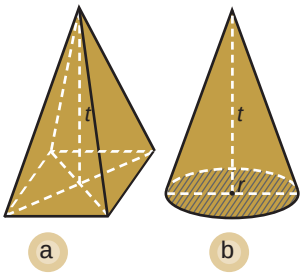
a. Volume tangki = 1.570 liter = 1.570 dm^3 = 1.570.000 cm^3.
Tinggi tangki = 200 cm.
V = luas alas × tinggi tangki
1.570.000 = luas alas × 200

$$\text{luas alas} = \frac{1.570.000}{200} = 7.850$$

Jadi, luas alasnya 7.850 cm^2.

b. $L = r^2$ $7.850 = 3{,}14r^2$
$r^2 = 2.500$ $r = 50$
Jadi, panjang jari-jari alas tangki adalah 50 cm.

c. Luas selimut tangki = 2 rt = 2 (3,14) × 50 × 200 = 62.800
Jadi, luas selimutnya 62.800 cm^2.



Gambar 2.16 ▲
(a) limas tegak
(b) kerucut

2. Volume Kerucut

Untuk mengetahui rumus volume kerucut, pelajarilah uraian berikut dengan saksama.

Di Kelas VIII, kamu telah mengetahui cara menentukan volume limas tegak, yaitu $\frac{1}{3}$ × luas alas × tinggi. Sekarang, amatilah Gambar 2.16 di samping.

Jika kamu amati dengan baik, volume limas bergantung pada bentuk alasnya. Jika luas alasnya berbentuk segitiga maka volume limas segitiga adalah

$$\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi}) \times \text{tinggi}$$

Demikian pula dengan limas segiempat, limas segilima, dan seterusnya. Bagaimana jika alas limas berbentuk lingkaran?

Limas yang alasnya berbentuk lingkaran disebut kerucut. Akibatnya, cara menentukan volume kerucut sama dengan cara menentukan limas, yaitu

$$V = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

dalam hal ini,

$$V = \frac{1}{3} \times \text{luas lingkaran} \times \text{tinggi}$$

Di Kelas VIII, kamu juga telah mengetahui rumus luas lingkaran, yaitu r^2.
Jadi, volume kerucut adalah

$$V = \frac{1}{3} \times r^2 \times t$$

Tugas untukmu

Nyatakanlah volume kerucut dalam , d, dan t. Dalam hal ini, = 3,14, d = diameter alas kerucut, dan t = tinggi kerucut.

Uji Kecerdikan



Sumber: *Majalah Orbit*, 2002

Museum Purna Bakti Pertiwi yang terletak di Taman Mini Indonesia Indah memiliki bentuk bangunan yang unik. Setiap bangunannya berbentuk kerucut. Jika jari-jari kerucut yang besar adalah 14 m dan tinggi 20 m, hitunglah volume kerucut tersebut.

Dalam hal ini, V = volume kerucut
r = jari-jari alas kerucut
t = tinggi kerucut
$= 3{,}14$ atau $\frac{22}{7}$

Contoh 2.6

1. Diketahui sebuah kerucut berdiameter 12 cm dan tingginya 8 cm. Jika $= 3{,}14$, hitunglah volume kerucut tersebut.
 Penyelesaian:
 Diameter kerucut $d = 12$ cm sehingga jari-jarinya
 $r = \frac{1}{2} \quad 12 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$
 $V = \frac{1}{3} \; r^2 t = \frac{1}{3} \quad 3{,}14 \quad 6^2 \quad 8 = 301{,}44$
 Jadi, volumenya adalah 301,44 cm^3.
2. Volume sebuah kerucut adalah 594 cm^3. Jika tinggi kerucut itu menjadi 2 kali tinggi semula (jari-jari tetap), berapa volume kerucut itu setelah perubahan?
 Penyelesaian:
 Misalkan, volume kerucut semula = V_1,
 tinggi kerucut semula = t_1,
 volume kerucut setelah perubahan = V_2,
 dan tinggi kerucut setelah perubahan = t_2
 maka $t_2 = 2t_1$.
 $V_1 = \frac{1}{3} \; r^2 t_1$
 $\frac{1}{3} \; r^2 t_1 = 594$
 $V_2 = \frac{1}{3} \; r^2 t_2 = \frac{1}{3} \; r^2 \; (2t_1)$
 $= 2 \quad \frac{1}{3} \; r^2 t_1 \quad = 2 \quad V_1$
 $= 2 \quad 594 = 1.188$
 Jadi, volume kerucut setelah mengalami perubahan adalah dua kali volume semula, yaitu 1.188 cm^3.
3. Garam halus ditumpuk sehingga membentuk kerucut seperti Gambar 2.17. Tinggi tumpukan garam itu 15 m dan diameter alasnya 56 m. Tumpukan garam tersebut akan diangkut oleh truk yang kapasitas angkutnya 70 meter kubik. Tentukan berapa truk yang diperlukan untuk mengangkut tumpukan garam itu (ambil $= \frac{22}{7}$).

Tugas untukmu

Kerjakan tugas ini secara berkelompok yang terdiri atas 4 atau 5 orang (disesuaikan dengan kondisi di kelas).

1. Amatilah Contoh 2.6 nomor 2. Jika tinggi kerucut pada soal itu menjadi $\frac{1}{2}$ kali, $\frac{1}{3}$ kali, 3 kali, 4 kali, dan 5 kali tinggi semula (jari-jari tetap), hitunglah volume kerucut itu setelah perubahan. Coba kamu terka suatu ketentuan umum mengenai rumus perubahan volume kerucut jika tingginya berubah, sedangkan jari-jarinya tetap.
2. Amati kembali Contoh 2.6 nomor 2. Jika panjang jari-jari kerucut pada soal itu menjadi $\frac{1}{2}$ kali, $\frac{1}{3}$ kali, 2 kali, 3 kali, dan 4 kali semula (tinggi tetap), hitunglah volume kerucut itu setelah perubahan. Coba kamu terka suatu ketentuan umum mengenai rumus perubahan volume kerucut jika panjang jari-jarinya berubah, sedangkan tingginya tetap.



Sumber: *The World Book Encyclopedia Volume 17*, 1995

Gambar 2.17 ▲

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Tinggi t = 15 m.
Diameter d = 56 m.
Daya angkut truk = 70 m^3.

Ditanyakan: Banyak truk yang diperlukan untuk mengangkut tumpukan garam.

Langkah 2

Menentukan rumus apa yang digunakan untuk menjawab soal.

Rumus yang digunakan adalah rumus volume kerucut, yaitu $V = \frac{1}{3} r^2 t$.

Langkah 3

Menentukan panjang jari-jari alas tumpukan garam, kemudian menghitung volume tumpukan garam tersebut, yaitu sebagai berikut.

Jari-jari alasnya $r = \frac{1}{2} d$

$= \frac{1}{2} \quad 56$

$= 28$ m

$V = \frac{1}{3} r^2 t$

$= \frac{1}{3} \quad \frac{22}{7} \quad (28)^2 \quad 15$

$= 12.320$

Jadi, volume tumpukan garam itu adalah 12.320 m^3.

Langkah 4

Menentukan berapa truk yang diperlukan untuk mengangkut garam adalah sebagai berikut. Banyak truk yang diperlukan adalah $\frac{12.320}{70} = 176$.

Dengan demikian, diperlukan 176 truk untuk mengangkut tumpukan garam tersebut.

Hal Penting

Istilah-istilah penting yang kamu temui pada bab ini adalah
- sisi alas
- selimut
- garis pelukis
- luas permukaan
- volume

3. Volume Bola

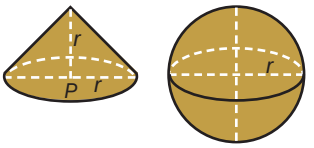
Untuk menentukan nilai hampiran volume bola, lakukanlah aktivitas berikut.

Aktivitas 1.1

Tujuan: Menentukan nilai hampiran volume bola.

1. Sediakan corong bola plastik yang dilubangi, dan model kerucut dari seng atau plastik dengan ukuran jari-jari dan tinggi kerucut sama dengan ukuran jari-jari bola. (Alat ini disediakan oleh sekolah sebagai alat peraga).
2. Isilah model kerucut dengan air sampai penuh. Kemudian dengan menggunakan corong, tuangkan seluruh air dalam model kerucut itu ke dalam bola plastik.
3. Lakukan langkah ke-2 beberapa kali sampai bola plastik penuh berisi air.
4. Berapa kali kamu dapat mengisi bola plastik sehingga bola itu penuh berisi air?
5. Dari aktivitas ini, apa yang dapat kamu simpulkan? Buatlah laporannya.

Amati Gambar 2.18 dengan saksama. Gambar 2.18(a) menunjukkan sebuah kerucut dengan ukuran jari-jari dan tingginya sama dengan ukuran jari-jari bola pada Gambar 2.18(b).



a b

Gambar 2.18

Jika kerucut pada Gambar 2.18(a) diisi air sampai penuh, kemudian seluruh air dalam kerucut itu dituangkan ke dalam bola pada Gambar 2.18(b) maka akan didapat bahwa volume bola sama dengan empat kali volume kerucut. Peragaan tersebut menggambarkan bahwa

volume bola = 4 volume kerucut = $4 \frac{1}{3} r^2 t$.

Ukuran tinggi kerucut sama dengan ukuran jari-jari bola sehingga $t = r$.

Dengan demikian, volume bola = $4 \frac{1}{3} r^2 r = \frac{4}{3} r^3$.

Jadi, rumus volume bola adalah

$$V = \frac{4}{3} r^3$$

Tugas untukmu

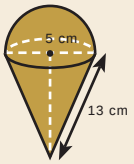
Kerjakan tugas ini secara berkelompok terdiri atas 4 atau 5 orang (disesuaikan dengan kondisi di kelas). Misalkan, volume sebuah bola V. Jika panjang jari-jari bola menjadi $\frac{1}{2}$ kali, 2 kali, dan 3 kali semula, tentukan volume bola itu setelah perubahan. Coba kamu terka suatu ketentuan umum mengenai rumus perubahan volume bola jika panjang jari-jarinya berubah?

Catatan

Pembuktian dari rumus $V = \frac{4}{3} r^3$ tidak diberikan di buku ini. Pembuktian rumus tersebut akan kamu pelajari di tingkat pendidikan yang lebih tinggi.

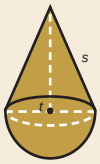
Siapa Berani?

1. Sebuah wadah berbentuk kerucut diisi es krim, seperti gambar berikut.



Es krim bagian atas membentuk setengah bola. Jika semua ruang wadah itu terisi es krim, berapa mL es krim yang ditampung wadah itu?
Petunjuk: 1 cm^3 = 1 mL

2. Gambar berikut memperlihatkan sebuah bandul yang dibentuk dari sebuah kerucut dan setengah bola.



Diketahui jari-jari kerucut panjangnya 3,5 cm. Jika volume kerucut sama dengan $1\frac{1}{5}$ kali volume setengah bola, tentukan:
a. tinggi kerucut;
b. volume bandul.

Dalam hal ini, V = volume bola
r = jari-jari bola
π = 3,14 atau $\pi = \frac{22}{7}$

Contoh 2.7

1. Diketahui jari-jari sebuah bola adalah 21 cm. Jika $\pi = \frac{22}{7}$, tentukanlah volume bola itu.

Penyelesaian:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\frac{22}{7}21^3 = \frac{4}{3}\frac{22}{7}9.261 = 38.808$

Jadi, volume bola itu adalah 38.808 cm^3.

2. Volume sebuah bola adalah $1.437\frac{1}{3}$ cm^3. Jika $\pi = \frac{22}{7}$, tentukanlah panjang jari-jarinya.

Penyelesaian:

Diketahui $V = 1.437\frac{1}{3}$ dan $\pi = \frac{22}{7}$.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad 1.437\frac{1}{3} = \frac{4}{3}\frac{22}{7}r^3$

$1.437\frac{1}{3} = \frac{88}{21}r^3$

$r^3 = 343$

$r^3 = 7^3 \quad r = 7$

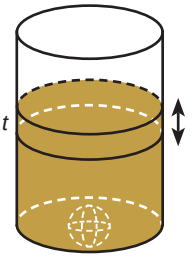
Jadi, panjang jari-jari bola itu adalah 7 cm.

3. Sebuah bola besi berjari-jari 3 cm, dimasukkan ke dalam tabung berisi air sehingga permukaan air dalam tabung naik. Jika jari-jari alas tabung 10 cm, berapa sentimeter kenaikan air dalam tabung tersebut?

Penyelesaian:

Amati Gambar 2.19. Misalkan, jari-jari bola r_1 = 3 cm dan jari-jari tabung r_2 = 10 cm maka volume bola = $\frac{4}{3}\pi r_1^3$.

Bentuk air yang naik mengikuti bentuk tabung sehingga volume air yang naik = $\pi r_2^2 t$.



Gambar 2.19

Volume air yang naik = volume bola

$\pi r_2^2 t = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \qquad \pi r_2^2 t = \frac{4}{3}\pi r_1^3$

$\pi 10^2 t = \frac{4}{3}\pi (3)^3$

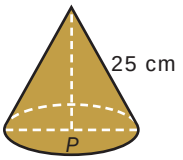
$t = \frac{36}{100} = 0,36$

Jadi, tinggi air yang naik adalah 0,36 cm.

Tes Kompetensi 2.2

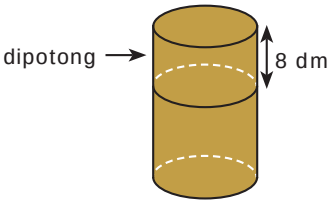
Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Sebuah tabung diketahui mempunyai panjang diameter 20 cm dan tinggi 50 cm. Jika $\pi = 3{,}14$, hitunglah volumenya.
2. Volume sebuah bola 113,04 liter. Hitunglah panjang diameternya jika $\pi = 3{,}14$.
3. Amati gambar berikut.



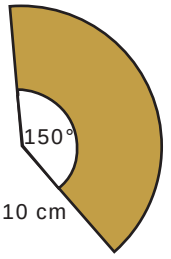
Jika diameter alas kerucut adalah 30 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$, tentukan volume kerucut tersebut.

4. Volume sebuah tabung 88.704 cm^3. Jika tingginya 36 cm, hitunglah:
 a. panjang jari-jari tabung dan
 b. luas selimutnya.
5. Diameter bola sama dengan diameter tabung, yaitu 7 cm. Jika tinggi tabung 7 cm, hitunglah perbandingan volume bola dan tabung itu.
6. Sebuah drum berbentuk tabung, diketahui volumenya 3.388 liter dan diameternya 14 dm.

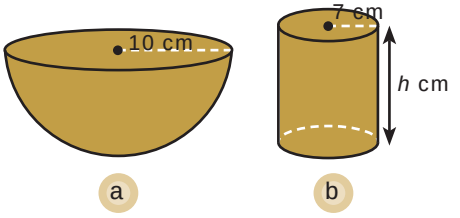


Jika drum itu dipotong 8 dm (seperti gambar di atas), berapa literkah volume drum setelah dipotong?

7. Sebanyak 165 liter oli dituangkan ke dalam tangki berbentuk tabung berdiameter 60 cm. Berapa cm kedalaman oli dalam tabung?
8. Sebuah kerucut dimasukkan tepat ke dalam sebuah tabung yang mempunyai volume 7.850 cm^3 sehingga diameter kerucut sama dengan diameter tabung. Jika $\pi = 3{,}14$ dan diameter tabung 10 cm, hitunglah:
 a. volume kerucut dan
 b. panjang garis pelukis kerucut.
9. Selembar seng berbentuk juring lingkaran, seperti gambar berikut.

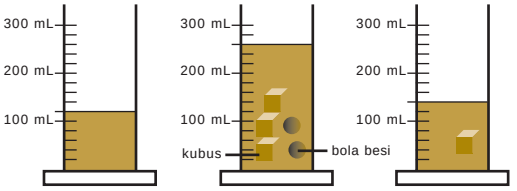


Lembaran seng tersebut akan dibuat kerucut tanpa alas.
 a. Hitunglah panjang jari-jari dan tinggi kerucut.
 b. Jika kerucut tanpa alas itu diisi air sampai penuh, berapa mL air yang dapat ditampung?
10. Untuk soal ini, gunakan $\pi = 3{,}14$.



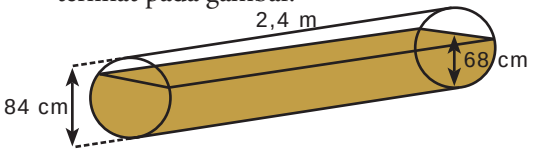
Diketahui sebuah mangkuk berbentuk setengah bola dengan jari-jari 10 cm seperti pada gambar (a).
 a. Hitunglah volume mangkuk tersebut.
 b. Jika tabung pada gambar (b) mempunyai volume yang sama dengan mangkuk, hitunglah nilai *h*.
11. Dari hasil yang kamu peroleh pada soal nomor 10, tentukan ukuran jari-jari dan tinggi tabung yang membuat luas permukaan tabung paling kecil.

12. Amati gambar berikut dengan saksama.



Tentukan volume kubus dan bola besi. Kemudian, tentukan jari-jari bola dan rusuk kubus.

13. Sebuah pipa dengan diameter 84 cm dan panjang 2,4 m dapat menampung air hujan dengan tinggi air 68 cm seperti terlihat pada gambar.

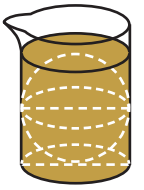


Hitunglah:

a. luas seluruh permukaan pipa yang berisi air; dan

b. volume air dalam pipa (dalam satuan liter).

14. Sebuah bola besi dimasukkan ke dalam bejana berbentuk tabung yang berisi air. Diketahui jari-jari bola dan jari-jari alas bejana sama panjang, yaitu 4 cm, tinggi bejana 10 cm, dan $\pi = 3{,}14$.



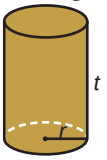
Jika volume air semula adalah $\frac{1}{3}$ volume bejana, berapakah volume air setelah bola dimasukkan ke dalam bejana?

15. Diketahui volume tabung adalah 3.600 cm^3. Tentukan panjang jari-jari dan tinggi tabung yang mungkin.

Ringkasan

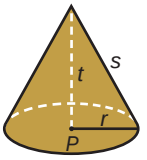
Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. Tabung



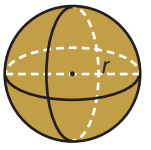
Luas permukaan:
$L = 2\pi r(t + r)$
Volume:
$V = \pi r^2 t$

2. Kerucut



Luas permukaan:
$L = \pi r(s + r)$
Volume:
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 t$

3. Bola



Luas permukaan:
$L = 4\pi r^2$
Volume:
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai dengan 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang materi-materi yang sudah dan yang belum dipahami pada bab ini.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Tes Kompetensi Bab 2

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Di antara bangun ruang berikut, yang memiliki dua sisi, dan satu titik sudut adalah
 a. kerucut
 b. tabung
 c. bola
 d. prisma tegak
2. Bangun ruang yang mempunyai sisi lebih dari empat adalah
 a. bola
 b. tabung
 c. kerucut
 d. limas segi empat
3. Bangun ruang berikut yang tidak mempunyai sisi lengkung adalah
 a. kerucut
 b. tabung
 c. bola
 d. prisma tegak
4. Bangun ruang berikut yang tidak mempunyai titik sudut adalah
 a. kerucut
 b. kubus
 c. tabung
 d. limas
5. Sebuah tabung terbuka terbuat dari seng dengan jari-jari alasnya 14 cm, tinggi 20 cm. Jika $= \frac{22}{7}$, luas seng yang diperlukan untuk membuat tabung itu adalah
 a. 1.232 cm^2
 b. 1.496 cm^2
 c. 1.760 cm^2
 d. 2.992 cm^2

 Ebtanas 1997
6. Sebuah tangki berbentuk tabung tertutup mempunyai volume 2.156 cm^3. Jika panjang tangki 14 cm dan $= \frac{22}{7}$ maka luas permukaan tangki tersebut adalah
 a. 4.312 cm^2
 b. 924 cm^2
 c. 3.696 cm^2
 d. 776 cm^2

 Ebtanas 2000

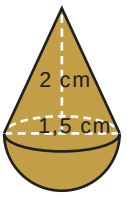
7. Pak guru akan membuat satu model kerucut dari karton. Jika panjang garis pelukisnya 12 cm, jari-jarinya 6 cm, dan = 3,14, sedangkan karton yang tersedia 400 cm^2, sisa karton yang tidak terpakai adalah
 a. 63,50 cm^2
 b. 339,12 cm^2
 c. 400 cm^2
 d. 60,88 cm^2

8. Luas permukaan bola yang berdiameter 21 cm dengan = $\frac{22}{7}$ adalah
 a. 264 cm^2
 b. 462 cm^2
 c. 1.386 cm^2
 d. 4.814 cm^2

Ebtanas 2001

9. Sebuah pabrik akan memproduksi 250 buah bola pingpong. Bola pingpong tersebut berdiameter 4 cm (= 3,14) dan memerlukan biaya produksi sebesar Rp18.840.000,00, harga bahan bola pingpong tersebut per cm^2-nya adalah
 a. Rp1.000,00
 b. Rp1.500,00
 c. Rp2.000,00
 d. Rp2.500,00

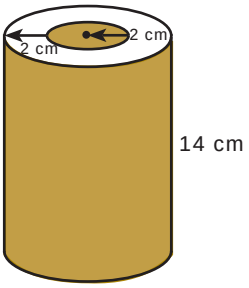
10. Gambar berikut menunjukkan sebuah bandul padat yang terdiri atas belahan bola dan kerucut.



Alas kerucut berimpit dengan belahan bola. Jika = 3,14, luas permukaan bandul adalah
 a. 21,195 cm^2
 b. 25,905 cm^2
 c. 31,793 cm^2
 d. 32,970 cm^2

Ebtanas 1999

11. Gambar berikut memperlihatkan sepotong pipa berbentuk tabung berlubang.



Jika = $\frac{22}{7}$, volume pipa tersebut adalah
 a. 268 cm^3
 b. 294 cm^3
 c. 352 cm^3
 d. 528 cm^3

12. Sebuah kerucut memiliki tinggi 30 cm dan keliling alasnya 66 cm. Jika diketahui = $\frac{22}{7}$, volume kerucut tersebut adalah
 a. 13.860 cm^3
 b. 10.395 cm^3
 c. 6.930 cm^3
 d. 3.465 cm^3

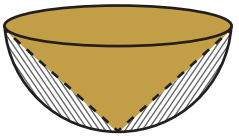
Ebtanas 2001

13. Sebuah corong berbentuk kerucut yang penuh berisi pasir diameternya 6 m dan tingginya 3 m. Jika pasir tersebut dipindahkan ke dalam sebuah wadah berbentuk kubus dan pasir yang tersisa 1.260 liter, panjang rusuk kubus adalah

a. 5 m
b. 3 m
c. 2 m
d. 7 m

14. Sebuah bola besi dimasukkan ke dalam air. Jika volume air 1.000 cm^3 serta panjang jari-jari bola 5 cm, volume air sekarang adalah
a. 476,67 cm^3
b. 1.000 cm^3
c. 1.523,33 cm^3
d. 523,33 cm^3

15. Sebuah kerucut berada di dalam setengah bola, seperti tampak pada gambar.

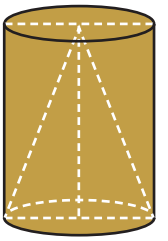


Jika volume kerucut tersebut 4 liter, sisa volume setengah bola (pada gambar yang ditunjukkan oleh daerah yang diarsir) adalah
a. 2 liter
b. 3 liter
c. 4 liter
d. 5 liter

16. Sebatang pipa berbentuk tabung dengan panjang 14 m. Jika keliling alasnya $25\frac{1}{7}$ m dan $\pi = \frac{22}{7}$, volume pipa tersebut adalah
a. 0,0704 m^3
b. 0,704 m^3
c. 0,1408 m^3
d. 1,408 m^3

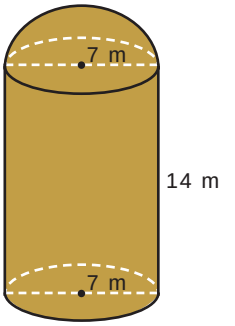
17. Jika luas permukaan sebuah bola 78 $\frac{4}{7}$ cm^2 dan $\pi = \frac{22}{7}$, panjang diameter bola tersebut adalah
a. 5 cm
b. 10 cm
c. 15 cm
d. 20 cm

18. Sebuah tabung yang mempunyai volume 9.240 cm^3 penuh berisi air. Ke dalam tabung tersebut dimasukkan kerucut pejal.



Jika jari-jari dan tinggi kerucut sama dengan panjang jari-jari dan tinggi tabung maka sisa air dalam tabung adalah
a. 2.310 cm^3
b. 3.080 cm^3
c. 4.620 cm^3
d. 6.160 cm^3

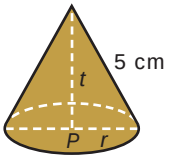
19. Amati gambar berikut.



Gambar tersebut memperlihatkan sebuah tugu berbentuk tabung dan setengah bola yang akan dicat. Jika setiap m^2 memerlukan cat sebanyak $\frac{1}{4}$ kg dan $\pi = \frac{22}{7}$ maka banyak cat yang diperlukan adalah

a. 154 kg
b. 231 kg
c. 462 kg
d. 539 kg

20. Sebuah benda berbentuk kerucut pejal keliling alasnya 18,84 cm, panjang garis pelukisnya 5 cm.



Jika π = 3,14 maka volume benda pejal tersebut adalah
a. 37,68 cm^3
b. 50,24 cm^3
c. 113,04 cm^3
d. 150,72 cm^3



Sumber: *www.suarapembaruan.com*

Bab 3

Statistika

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk melakukan pengolahan dan penyajian data dengan cara menentukan rata-rata, median, dan modus data tunggal serta penafsirannya, serta menyajikan data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, dan lingkaran.

Kamu telah mempelajari cara menyajikan data dengan diagram batang, garis, dan lingkaran di Sekolah Dasar. Pada bab ini, kamu akan mempelajari statistika, yaitu pengembangan dari materi tersebut. Konsep statistika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, seperti uraian berikut.

Tabel berikut adalah gambaran pendidikan di Kabupaten Tabalong tahun 2005.

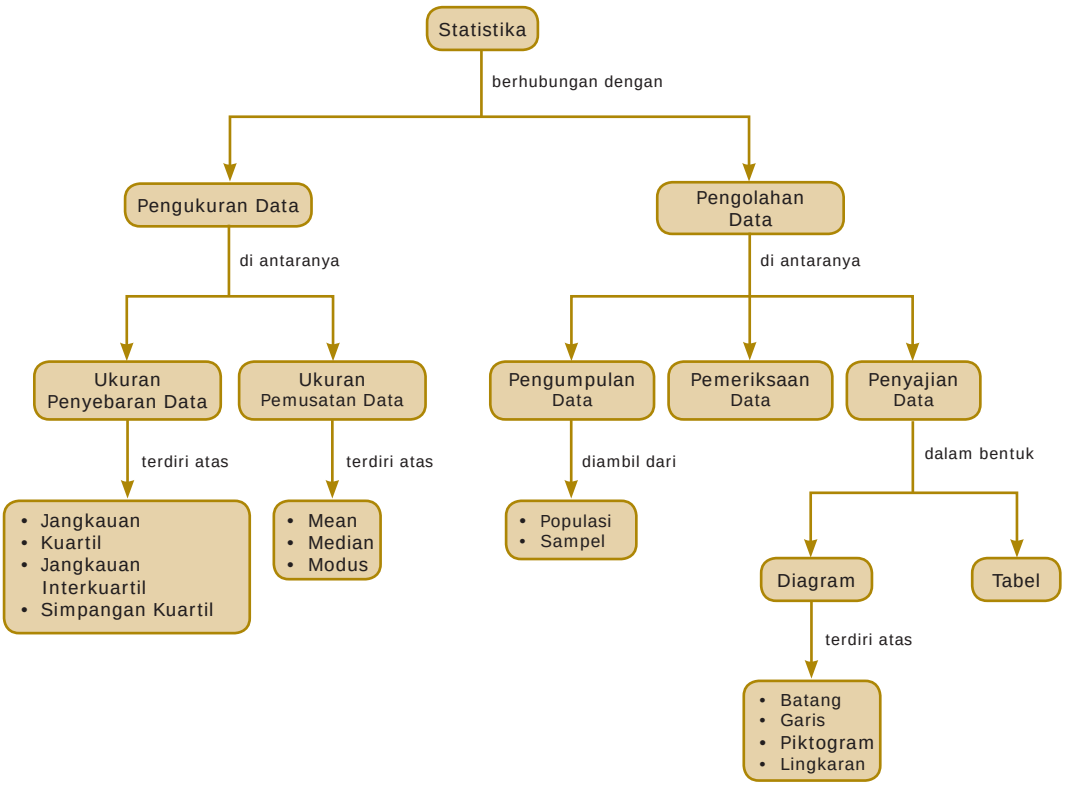
No.	Jenjang	Jumlah Sekolah (buah)	Jumlah Siswa (orang)	Jumlah Guru (orang)
1.	TK	129	3.870	317
2.	SD/SDLB	229	25.747	2.098
3.	SMP/SMPLB	37	4.693	462
4.	SMP Terbuka	7	432	68
5.	SMA/SMALB	10	2.275	194
6.	SMK	4	1.862	76

Sumber: *www.disdik.tabalong.go.id*

Berdasarkan tabel, dapatkah kamu mencari mean dari jumlah guru dan siswa di tiap jenjang? Jika kamu menguasai konsep statistika, kamu akan dapat mengatasi kesulitan ini. Oleh karena itu, pelajarilah bab ini dengan baik.

A. Pengumpulan dan Penyajian Data
B. Ukuran Pemusatan Data
C. Ukuran Penyebaran Data
D. Distribusi Frekuensi

Diagram Alur



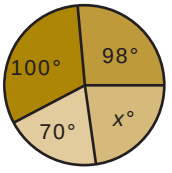
Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Urutkan data berikut dari yang terkecil.
 a. 21, 6, 17, 9, 15
 b. –9, –12, 2, –5, 1

2. Hitunglah:
 a. $\frac{7}{11}$ 360°
 b. $\frac{3}{18}$ 360°

3. Hitunglah nilai x pada diagram lingkaran di samping.



4. Pada pemilihan ketua kelas, Firdaus memperoleh 21% suara, Agus 47% suara, dan Dadi 30% suara. Hitung berapa persen suara yang tidak memilih.

A. Pengumpulan dan Penyajian Data

1. Pengertian Datum dan Data

Seorang guru ingin mengetahui berat badan dan tingkat kesehatan lima siswanya. Hasil pengukuran berat badan kelima siswa tersebut berturut-turut 42 kg, 45 kg, 40 kg, 50 kg, dan 44 kg. Adapun hasil pemeriksaan kesehatan terhadap kelima siswa tersebut berturut-turut *baik*, *buruk*, *baik*, *baik*, dan *buruk*.

Hasil pengukuran berat badan kelima siswa tersebut, yaitu 42 kg, 45 kg, 40 kg, 50 kg, dan 44 kg disebut *fakta dalam bentuk angka*, sedangkan hasil pemeriksaan kesehatan, yaitu baik dan buruk disebut *fakta dalam bentuk kategori*. Fakta dalam bentuk kategori yang lain, misalnya kurang, sedang, rusak, dan puas. Selanjutnya, fakta tunggal disebut *datum*, sedangkan kumpulan datum disebut *data*.



▲ **Gambar 3.1**
Hasil pengukuran berat badan merupakan contoh data dalam bentuk angka.

Contoh 3.1

Hasil ulangan Matematika 10 siswa Kelas IX A SMP Budikarya adalah sebagai berikut.

7	9	6	8	5	8	7	9	5	10
≠		≠		≠		≠			≠
datum		datum		datum		datum			datum

data

Data tersebut terdiri atas 10 datum. Datum terbesar adalah 10, sedangkan datum terkecil adalah 5.

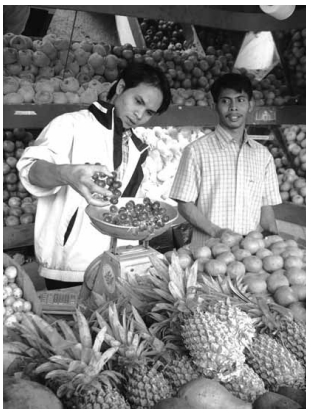
2. Pengertian Statistika, Populasi, dan Sampel

Selama tiga minggu, seorang pedagang pakaian jadi mencatat jumlah pakaian yang terjual. Berdasarkan data tersebut diketahui bahwa penjualan pada minggu pertama sebanyak 100 kodi, minggu kedua sebanyak 105 kodi, dan minggu ketiga sebanyak 110 kodi. Pedagang tersebut memperkirakan penjualan pada minggu keempat sebanyak 115 kodi.

Pedagang itu sebenarnya telah menggunakan *statistika* untuk menilai hasil pekerjaan di masa yang telah lewat dan membuat perkiraan hasil pekerjaan pada masa yang akan datang.



▲ **Gambar 3.2**



Sumber: *Dokumentasi Penerbit*

Gambar 3.3

Anggur yang dibeli merupakan sampel dari seluruh anggur yang ada di toko buah-buahan tersebut.

Apakah yang dimaksud dengan statistika? Statistika adalah *ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, pengolahan data, dan penarikan kesimpulan berdasarkan data tersebut.*

Kadang-kadang, kesimpulan diambil tidak berdasarkan keseluruhan data, tetapi hanya sebagian. Misalkan, Pak Alan akan membeli 25 kg anggur. Sebelum membeli, ia cukup mengambil beberapa anggur secara acak dari setiap keranjang untuk dicicipi rasanya. Jika rasanya manis, Pak Alan akan menganggap bahwa anggur yang akan dibeli manis, kemudian segera membelinya. Anggur yang diambil Pak Alan untuk dicicipi merupakan sampel dari seluruh anggur yang ada dalam keranjang-keranjang itu, sedangkan seluruh anggur yang ada dalam keranjang-keranjang itu merupakan populasi.

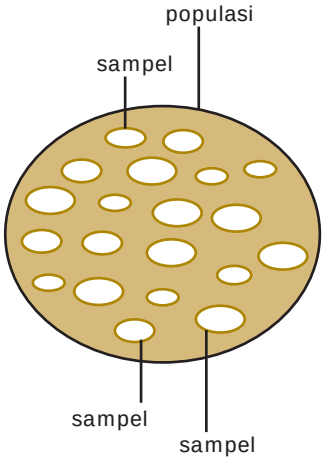
Uraian tersebut menggambarkan pengertian populasi dan sampel, yaitu sebagai berikut.

- Populasi adalah semua objek yang menjadi sasaran pengamatan.
- Sampel adalah bagian dari populasi yang diambil untuk dijadikan objek pengamatan langsung dan dijadikan dasar dalam penarikan kesimpulan mengenai populasi.

Contoh 3.2

Tentukan populasi dan sampel dari uraian berikut.
Seorang peneliti ingin mengetahui tingkat kecerdasan siswa-siswa SMP di suatu provinsi. Untuk itu, ia mengambil beberapa siswa SMP di provinsi itu untuk dites.

Penyelesaian:
Seluruh siswa yang ada di provinsi itu merupakan populasi, sedangkan sebagian siswa SMP yang mengikuti tes merupakan sampel dari seluruh siswa yang ada di provinsi itu.



Gambar 3.4

Hubungan antara populasi dan sampel dapat kamu lihat pada Gambar 3.4. Semakin besar ukuran populasi, semakin sulit mengamati seluruh populasi. Jika hal itu terjadi, biasanya dipilih pengamatan pada beberapa sampel dalam populasi.

3. Jenis Data dan Pengumpulan Data

Menurut sifatnya, data dibagi menjadi dua golongan, yaitu sebagai berikut.

a. *Data kuantitatif* adalah data yang berbentuk angka atau bilangan. Data kuantitatif terbagi atas dua bagian, yaitu data cacahan dan data ukuran.
 1) *Data cacahan* (*data diskrit*) adalah data yang diperoleh dengan cara menghitung. Misalnya, data jumlah anak dalam keluarga.
 2) *Data ukuran* (*data kontinu*) adalah data yang diperoleh dengan cara mengukur. Misalnya, data tinggi badan siswa. Coba kamu cari lagi contoh data kontinu lainnya.

b. *Data kualitatif* adalah data yang tidak berbentuk angka atau bilangan. Misalnya, data warna dan mutu barang. Dapatkah kamu memberikan contohnya?

Cara untuk mengumpulkan data, antara lain wawancara, pengisian lembar pertanyaan (*questionnaire*), pengamatan (*observation*), dan mengolah atau menggunakan data yang sudah ada.

Seringkali data yang dikumpulkan berupa bilangan desimal. Sesuai ketelitian yang dikehendaki, bilangan tersebut dapat dibulatkan. Aturan pembulatannya sebagai berikut.

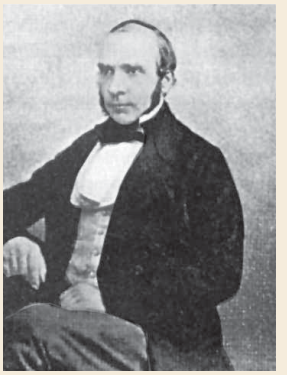
a. Jika angka yang mengalami pembulatan lebih dari atau sama dengan 5, angka yang di depannya ditambah satu.
b. Jika angka yang mengalami pembulatan kurang dari 5, angka tersebut dihilangkan.

Misalnya, diketahui hasil pengukuran kadar garam air laut sebesar 0,36205. Angka tersebut jika dibulatkan sampai dengan empat angka di belakang koma menjadi 0,3621, sedangkan jika dibulatkan sampai dengan dua angka di belakang koma menjadi 0,36.

4. Pemeriksaan Data

Misalkan, seorang guru mencatat hasil ulangan Matematika seluruh siswanya. Sebelum mencari nilai rata-ratanya, ia perlu memeriksa untuk memastikan data yang diperolehnya tidak salah catat. Ia juga perlu memeriksa apakah ada nilai-nilai yang harus dibulatkan atau tidak. Kesalahan pencatatan

InfoMatika



Gregor Mendel (1822–1884)

Gregor Mendel adalah seorang ahli botani dari Austria. Mendel merumuskan dasar-dasar hukum mengenai sifat-sifat keturunan. Percobaannya dalam perkawinan silang tumbuhan memberikan pengaruh terhadap perkembangan ilmu genetika. Ternyata, Mendel menggunakan statistika untuk mengetahui sifat-sifat kacang polong yang diturunkan dari satu generasi ke generasi lainnya.

Sumber: *media.isnet.org*

Tugas untukmu

Berikut ini adalah data jumlah sekolah untuk berbagai jenjang di provinsi Kalimantan Timur, Jawa Barat, dan Maluku pada tahun 2000.

a. Kaltim: SD (2.047), SMP (333), SMA (145), SMK (64)
b. Jawa Barat: SD (25.445), SMP (2.602), SMA (984), SMK (424)
c. Maluku: SD (2.679), SMP (451), SMA (156), SMK (26).

Buatlah diagram batang 3 komponen dari data tersebut.

Sumber: *Statistik Indonesia*, 2000

dan pembulatan data ini akan menyebabkan nilai rata-rata ulangan Matematika di kelas tersebut tidak sesuai dengan data yang sebenarnya.

5. Penyajian Data Statistik

Ada dua cara penyajian data yang sering dilakukan, yaitu:
a. daftar atau tabel;
b. grafik atau diagram.

a. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

Misalkan, hasil ulangan Matematika 30 siswa Kelas IX A SMP X disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 3.1 Nilai Ulangan Matematika Siswa Kelas IX A SMP X (Tidak Alfabetis)

Nama	Nilai	Nama	Nilai	Nama	Nilai
Vonny	8	Dodi	10	Tedi	7
Popi	6	Uken	7	Yeni	8
Budhi	3	Iwan	5	Olga	5
Gilang	5	Cucu	4	Fera	5
Susi	7	Dani	4	Hedi	5
Lela	6	Adang	8	Wida	8
Qori	7	Bian	9	Mia	6
Andi	2	Cici	9	Kiki	6
Eko	6	Janu	5	Rudi	7
Zaid	8	Nani	6	Made	8

Untuk mengetahui berapa nilai ulangan yang diperoleh Made, kamu harus membaca data tersebut satu per satu. Untuk data pada Tabel 3.1 (30 datum), kamu masih dapat mencarinya dengan mudah walaupun memerlukan waktu yang cukup lama. Akan tetapi, bagaimana jika data yang ada terdiri atas 1.000 datum?

Jika data pada Tabel 3.1 disajikan sesuai nama siswa yang disusun secara alfabet maka akan tampak seperti Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Nilai Ulangan Matematika Siswa Kelas IX A SMP X (Alfabetis)

No	Nama	Nilai	No	Nama	Nilai
1.	Adang	8	7.	Dani	4
2.	Andi	2	8.	Dodi	10
3.	Bian	9	9.	Eko	6
4.	Budhi	3	10.	Fera	5
5.	Cici	9	11.	Gilang	5
6.	Cucu	4	12.	Hedi	5

13.	Iwan	5	22.	Qori	7
14.	Janu	5	23.	Rudi	7
15.	Kiki	6	24.	Susi	7
16.	Lela	6	25.	Tedi	7
17.	Made	8	26.	Uken	7
18.	Mia	6	27.	Vony	8
19.	Nani	6	28.	Wida	8
20.	Olga	5	29.	Yeni	8
21.	Popi	6	30.	Zaid	8

Dengan melihat Tabel 3.2, kamu dapat menentukan dengan mudah nilai ulangan Matematika yang diperoleh Made, yaitu 8.

Jika ingin mengetahui berapa orang yang memperoleh nilai 8, kamu harus menyajikan data tersebut dengan mencatat banyak nilai tertentu (frekuensi) yang muncul, seperti diperlihatkan pada Tabel 3.3. Dengan demikian, kamu dapat menentukan banyak siswa yang mendapat nilai 8 dengan sekali pandang, yaitu 6 orang.

Ketiga cara penyajian data pada Tabel 3.1, Tabel 3.2, dan Tabel 3.3 dinamakan *penyajian data sederhana*.

Jika data hasil ulangan Matematika itu disajikan dengan cara mengelompokkan data nilai siswa, diperoleh tabel frekuensi data berkelompok seperti Tabel 3.4. Tabel seperti ini dinamakan *tabel distribusi frekuensi*.

Tabel 3.3 Tabel Frekuensi

Nilai	Frekuensi
2	1
3	1
4	2
5	6
6	6
7	5
8	6
9	2
10	1
Jumlah	30

Tabel 3.4 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai	Turus/Tally	Frekuensi
1 – 2	\|	1
3 – 4	\|\|\|	3
5 – 6	𝍸 𝍸 \|\|	12
7 – 8	𝍸 𝍸 \|	11
9 – 10	\|\|\|	3
	Jumlah	30

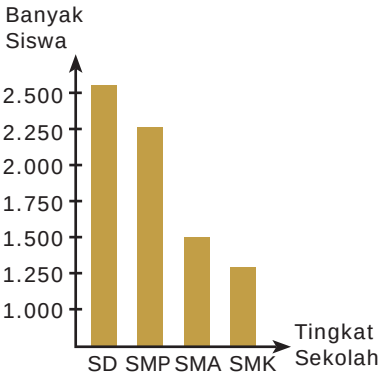
b. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram

Di Sekolah Dasar, kamu telah mengenal diagram batang, garis, dan lingkaran. Pada bagian ini, materi penyajian data dengan diagram-diagram tersebut akan diulas kembali. Selain itu, akan dikenalkan cara penyajian data dengan piktogram.

1) Diagram Batang

Diagram batang merupakan salah satu bentuk diagram yang dapat digunakan untuk menyajikan data. Untuk menggambar diagram batang, diperlukan sumbu mendatar dan sumbu tegak yang berpotongan tegak lurus, seperti tampak pada Gambar 3.5.

a. *Sumbu mendatar* digunakan untuk menunjukkan jenis kategori, misalnya SD, SMP, SMA, dan SMK.
b. *Sumbu tegak* digunakan untuk menunjukkan frekuensi, misalnya banyak siswa.



▲ **Gambar 3.5**

Sumbu mendatar dibagi menjadi beberapa bagian untuk menunjukkan kategori tingkat sekolah. Demikian pula sumbu tegaknya dibagi menjadi beberapa bagian untuk menunjukkan banyak siswa pada setiap kategori tingkat sekolah. Skala pada sumbu mendatar dan sumbu tegak tidak perlu sama.

Misalnya, diagram batang pada Gambar 3.5 menunjukkan data banyak siswa tingkat SD, SMP, SMA, dan SMK di suatu daerah. Dari diagram batang tersebut dapat diperoleh data seperti pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Tabel Banyak Siswa

Tingkat Sekolah	Banyaknya Siswa (Frekuensi)
SD	2.550
SMP	2.250
SMA	1.500
SMK	1.350
Jumlah	7.650

Contoh 3.3

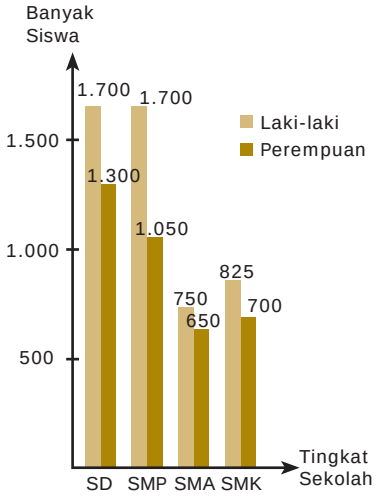
Berdasarkan dari hasil pengamatan banyak siswa sesuai tingkatan sekolah di suatu daerah, diperoleh data seperti pada Tabel 3.6. Gambarlah diagram batang dari data tersebut.

Tabel 3.6 Tabel Banyak Siswa

Tingkat Sekolah	Banyak Siswa		Jumlah
	Laki-Laki	Perempuan	
SD	1.700	1.300	3.000
SMP	1.700	1.050	2.750
SMA	750	650	1.400
SMK	825	700	1.525
Jumlah	4.975	3.700	8.675

Penyelesaian:

Diagram batang dari data pada Tabel 3.6 tersebut tampak pada Gambar 3.4. Karena setiap kategori tingkat sekolah dibagi menjadi dua komponen, yaitu laki-laki dan perempuan maka diagram ini dinamakan *diagram batang dua komponen*.



Gambar 3.6

2) Diagram Garis

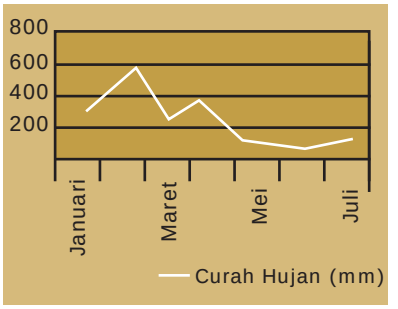
Diagram garis biasanya digunakan untuk menggambarkan keadaan yang *berkesinambungan*. Misalnya, jumlah penduduk tiap tahun, perkembangan berat badan bayi tiap bulan, suhu badan pasien tiap jam di rumah sakit, dan curah hujan di suatu daerah.

Seperti halnya diagram batang, diagram garis pun memerlukan sistem sumbu datar dan sumbu tegak yang saling berpotongan tegak lurus. Pada umumnya, sumbu datar menunjukkan waktu, sedangkan sumbu tegak menunjukkan data yang berubah menurut waktu.

Langkah-langkah untuk menggambar diagram garis adalah sebagai berikut.

a. Buatlah sumbu mendatar untuk menunjukkan waktu dan sumbu tegak untuk menunjukkan data yang berubah menurut waktu pada kertas grafik.
b. Gambarkan titik-titik koordinat yang menunjukkan data pengamatan pada waktu tertentu.
c. Hubungkan titik-titik tadi secara berurutan dengan ruas garis.

Untuk lebih jelasnya, pelajarilah contoh berikut.



Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

▲ **Gambar 3.7**
Contoh diagram garis dari curah hujan di Kota Bandung pada tahun 1996.

Contoh 3.4

Berikut ini adalah tabel berat badan seorang bayi yang dipantau sejak lahir sampai berusia 9 bulan.

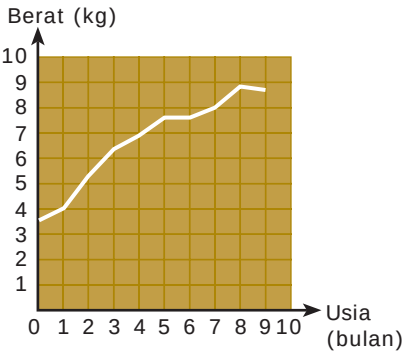
Tabel 3.7 Tabel Berat Badan Seorang Bayi

Usia (Bulan)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Berat Badan (kg)	3,5	4	5,2	6,4	6,8	7,5	7,5	8	8,8	8,6

a. Buatlah diagram garisnya.
b. Pada usia berapa bulan berat badannya menurun?
c. Pada usia berapa bulan berat badannya tetap?

Penyelesaian:

a. Dengan melakukan langkah-langkah yang telah dijelaskan sebelumnya, diagram garis dari data pada Tabel 3.7 tampak seperti pada gambar di samping.
b. Berdasarkan diagram tersebut, dapat dilihat bahwa berat badan bayi menurun pada usia 8 sampai dengan 9 bulan.
c. Berat badan bayi yang tetap (tidak berubah) ditunjukkan oleh ruas garis mendatar. Terlihat bahwa berat badan bayi tetap pada usia 5 sampai dengan 6 bulan.



3) Piktogram dan Diagram Lingkaran

Salah satu cara yang sederhana dan jelas untuk menyajikan suatu data adalah dengan menggunakan *piktogram*, yaitu suatu bagan yang menampilkan data dengan menggunakan gambar-gambar. Jika di suatu daerah tercatat data banyak siswa SD maka banyak siswa SD tersebut dapat ditampilkan dalam bentuk gambar orang. Misalnya, satu gambar orang melambangkan 1.000 siswa SD. Jika di daerah itu terdapat 500 siswa SD, data tersebut ditampilkan sebagai setengah gambar orang. Bagaimana jika terdapat 2.500 siswa SD? Coba kamu perkirakan piktogramnya.

Uji Kecerdikan

Kegiatan ekstrakurikuler yang diikuti oleh sebagian siswa Kelas IX A SMP Pelita adalah sebagai berikut.
15 orang mengikuti Paskibra, 10 orang mengikuti Pramuka, 20 orang mengikuti Olahraga, dan 5 orang tidak mengikuti kegiatan ekstrakurikuler.

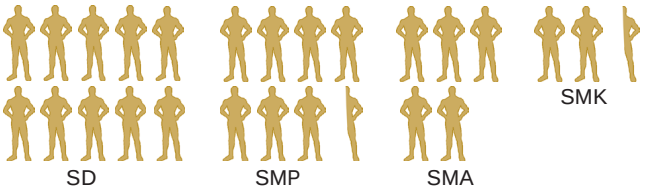
a. Gambarlah diagram lingkaran dari data tersebut.
b. Bagaimana sikapmu terhadap siswa yang tidak mengikuti kegiatan ekstrakurikuler?

Contoh 3.5

Banyak siswa di Kecamatan Sukajaya menurut tingkat sekolah pada tahun 2006 adalah sebagai berikut.
SD sebanyak 10.000 siswa, SMP sebanyak 7.500 siswa, SMA sebanyak 5.000 siswa, dan SMK sebanyak 2.500 siswa. Gambarlah *piktogram* dari data tersebut.

Penyelesaian:

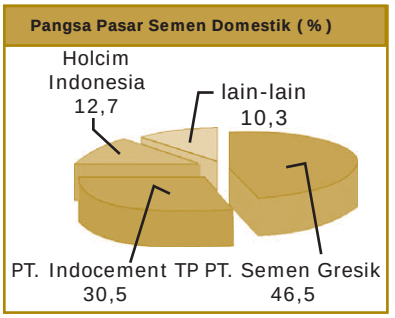
Misalkan, satu gambar orang mewakili 1.000 orang maka *piktogram* dari data tersebut tampak pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 ▶

Salah satu kekurangan menyajikan data dengan *piktogram* adalah sulitnya membedakan *setengah gambar* dengan *dua pertiga gambar*. Oleh karena itu, penggunaan *piktogram* sangat terbatas.

Dalam hal seperti ini, penggunaan diagram lingkaran akan lebih jelas daripada *piktogram*, terutama dalam membandingan suatu data terhadap keseluruhan. Contoh diagram lingkaran diperlihatkan pada Gambar 3.9.



Sumber: *Koran Tempo*, Maret 2007

Gambar 3.9 ▲
Contoh diagram lingkaran

Langkah-langkah membuat diagram lingkaran adalah sebagai berikut.

a. Buatlah sebuah lingkaran pada kertas.
b. Bagilah lingkaran tersebut menjadi beberapa juring lingkaran untuk menggambarkan kategori yang datanya telah diubah ke dalam derajat.

Untuk lebih jelasnya, pelajarilah contoh berikut.

Contoh 3.6

Gambarlah diagram lingkaran dari data yang terdapat pada Contoh 3.5.

Penyelesaian:

Perbandingan banyak siswa SD, SMP, SMA, dan SMK adalah
10.000 : 7.500 : 5.000 : 2.500 = 4 : 3 : 2 : 1.
Jumlah perbandingan = 4 + 3 + 2 + 1 = 10.
Ukuran sudut pusat juring dari setiap kategori adalah sebagai berikut.

Tugas untukmu

Buatlah kelompok yang terdiri atas lima siswa. Carilah informasi tentang cara menggunakan program *Microsoft Excel* untuk menyajikan data ke dalam diagram batang, garis, dan lingkaran. Tuliskan informasi yang diperoleh kelompokmu dalam bentuk laporan. Presentasikan hasilnya di depan kelas.

SD = $\frac{4}{10}$ 360° = 144° SMA = $\frac{2}{10}$ 360° = 72°

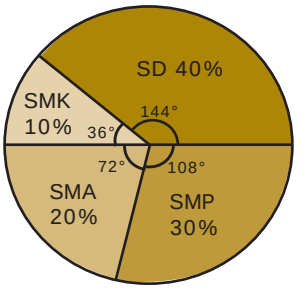
SMP = $\frac{3}{10}$ 360° = 108° SMK = $\frac{1}{10}$ 360° = 36°

Jika kamu ingin mengetahui persentase dari setiap kategori, caranya sebagai berikut.

SD = $\frac{4}{10}$ 100% = 40% SMA = $\frac{2}{10}$ 100% = 20%

SMP = $\frac{3}{10}$ 100% = 30% SMK = $\frac{1}{10}$ 100% = 10%

Dengan menggunakan ukuran sudut pusat yang diperoleh, diagram lingkaran yang dihasilkan tampak pada Gambar 3.10.



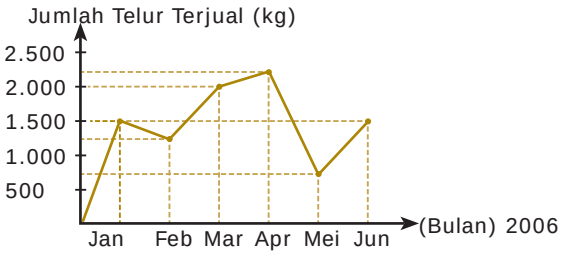
▲ Gambar 3.10

Tes Kompetensi 3.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Seseorang ingin mengetahui kadar garam dalam sebuah kolam ikan. Tentukan populasi dan sampel yang mungkin.
2. Jelaskan cara-cara pengumpulan data dan berikan contohnya.
3. Jelaskan keuntungan dan kerugiannya jika seseorang melakukan penelitian atau pengukuran terhadap suatu objek dengan cara mengambil
 a. populasi;
 b. sampel.
4. Banyaknya siswa di suatu SMP dari tahun 1997 sampai dengan tahun 2006 adalah sebagai berikut.
 Tahun 1997 sebanyak 650 orang.
 Tahun 1998 sebanyak 640 orang.
 Tahun 1999 sebanyak 660 orang.
 Tahun 2000 sebanyak 670 orang.
 Tahun 2001 sebanyak 685 orang.
 Tahun 2002 sebanyak 680 orang.
 Tahun 2003 sebanyak 700 orang.
 Tahun 2004 sebanyak 715 orang.
 Tahun 2005 sebanyak 730 orang.
 Tahun 2006 sebanyak 730 orang.
 a. Buatlah tabel frekuensi dari data tersebut.
 b. Buatlah diagram garisnya.
5. Hasil penjualan buku pelajaran di sebuah toko buku menurut tingkat sekolah pada tahun 2006 adalah sebagai berikut.
 Buku SD = 70.000 eksemplar.
 Buku SMP = 76.500 eksemplar.
 Buku SMA = 72.500 eksemplar.
 Buku Perguruan Tinggi = 56.000 eksemplar.
 a. Buatlah tabel frekuensi dari data tersebut.
 b. Buatlah diagram batangnya.
6. Misalnya, suatu data mengenai banyaknya siswa di daerah *D* menurut tingkat sekolah berdasarkan hasil penelitian tahun 2006 adalah sebagai berikut.
 35% terdiri atas siswa SD.
 30% terdiri atas siswa SMP.
 25% terdiri atas siswa SMA.
 10% terdiri atas siswa SMK.
 a. Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.
 b. Jika jumlah siswa SD sebanyak 600 orang, hitunglah jumlah siswa:
 (i) SMP;
 (ii) SMA;
 (iii) SMK.

7. Suatu data mengenai jumlah penduduk di suatu daerah menurut mata pencahariannya, yaitu petani 45%, guru 20%, pedagang 25%, dan wiraswastawan 10%.
 a. Buatlah diagram lingkarannya.
 b. Jika jumlah penduduk di daerah tersebut sebanyak 200 orang, hitunglah banyaknya penduduk berdasarkan mata pencahariannya masing-masing.
8. Berikut ini diagram garis penjualan telur seorang pedagang di pasar induk pada bulan Januari 2006–Juni 2006.



 a. Pada bulan apakah penjualan telur paling banyak?
 b. Pada bulan apakah penjualan telur pedagang itu mengalami penurunan?
 c. Pada bulan apakah penjualan telur pedagang itu mengalami kenaikan?
 d. Tentukan jumlah telur yang terjual selama 6 bulan (dari Januari 2006–Juni 2006).
9. Perhatikan diagram berikut.

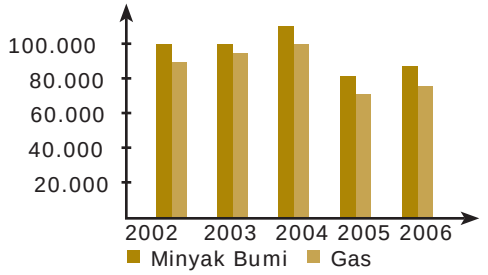


Diagram tersebut memperlihatkan jumlah produksi gas dan minyak bumi dalam ribuan m^3 pada tahun 2002 sampai dengan tahun 2006.
Berdasarkan diagram tersebut, jawablah pertanyaan berikut.
 a. Berapa m^3 produksi gas yang paling banyak? Tahun berapa?
 b. Kapan produksi gas dan minyak bumi mengalami penurunan? Kira-kira berapa persen penurunannya?
 c. Kapan produksi minyak bumi mengalami kenaikan paling besar? Kira-kira berapa persen kenaikannya?
 d. Dapatkah kamu memperkirakan berapa m^3 produksi gas dan minyak bumi pada tahun 2007?
10. Banyaknya kendaraan bermotor rakitan (dalam unit) dari tahun 1995 sampai dengan tahun 1998 tercatat sebagai berikut.

Jenis Kendaraan	Tahun			
	1995	1996	1997	1998
jeep	6.079	5.598	4.081	1.257
sedan	39.839	35.303	55.102	8.401
pick up	275.552	220.681	267.367	43.194
bus	48.020	52.761	49.958	4.699
truk	18.051	11.151	12.771	528
motor	1.042.938	1.425.373	1.861.111	519.404
Jumlah	1.430.479	1.750.867	2.250.390	577.483

Sumber: *Statistik Indonesia*, 2000

 a. Buatlah diagram garis kendaraan bermotor rakitan dalam negeri selama tahun 1995–1998 untuk keenam jenis kendaraan.
 b. Pada tahun berapakah perakitan kendaraan paling banyak?
 c. Jenis kendaraan apakah yang paling banyak dirakit selama tahun 1995–1998?

B. Ukuran Pemusatan Data

1. Mean (Rataan)

Mean atau *rataan* merupakan salah satu ukuran pemusatan data. Dengan mengetahui mean, kamu dapat memperkirakan variasi data yang lain. Mean biasanya dinotasikan dengan huruf yang di atasnya terdapat garis, seperti $\bar{x}$, $\bar{y}$, dan $\bar{v}$.

Mean suatu data adalah jumlah seluruh datum dibagi oleh banyak datum.

Jika data terdiri atas n datum, yaitu x_1, x_2, ..., x_n, maka mean dari data tersebut ditentukan oleh rumus berikut.

$$\text{mean } (\bar{x}) = \frac{\text{jumlah datum}}{\text{banyak datum}} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Tugas untukmu

Carilah data sampel di sekolahmu mengenai usia dan tinggi badan siswa Kelas VII, VIII, dan IX. Kemudian, buatlah masing-masing diagram batang untuk data usia dan tinggi badan tersebut, serta tentukan:

a. usia siswa yang paling banyak;

b. rata-rata tinggi badan siswa.

Kerjakan dalam kertas terpisah, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Contoh 3.7

Nilai rapor Wina adalah 8, 7, 7, 9, 8, 6, 7, 8, 9, 6, 7. Tentukan mean atau rataannya.

Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{\text{jumlah datum}}{\text{banyak datum}}$$

$$= \frac{8+7+7+9+8+6+7+8+9+6+7}{11} = 7{,}45$$

Jadi, mean (rataan) nilai rapor Wina adalah 7,45.

Jika data disajikan dalam tabel distribusi frekuensi maka tampak seperti Tabel 3.8.

Tabel 3.8 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai (x_i)	Frekuensi (f_i)
x_1	f_1
x_2	f_2
x_3	f_3
.	.
.	.
.	.
x_i	f_i

Mean dari data tersebut adalah

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_ix_i}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_i}.$$

Contoh 3.8

Siswa kelas IX B mengikuti ujian Sains. Distribusi nilai ujian yang diperoleh disajikan pada tabel berikut.

Nilai (x_i)	4	5	6	7	8	9
Frekuensi (f_i)	2	8	10	10	7	3

Hitunglah meannya.

Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_6x_6}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_6}$$

$$\bar{x} = \frac{(4 \quad 2) + (5 \quad 8) + (6 \quad 10) + (7 \quad 10) + (8 \quad 7) + (9 \quad 3)}{2 + 8 + 10 + 10 + 7 + 3}$$

$$= \frac{261}{40} = 6{,}525$$

Jadi, meannya adalah 6,525.

Siapa Berani?

Lamanya pembicaraan melalui telepon (dalam menit) pada suatu hari yang dilakukan oleh seorang manajer suatu perusahaan tercatat sebagai berikut
4, 3, 8, 5, 11, 9, 3, 16, 5, 15, 9, 11, 12, 9, 10, 8, 7, 5, 4, 8.
Tentukan mean dari data tersebut.

Contoh 3.9

Jika berat badan rata-rata dari tabel berikut adalah 47, tentukan nilai p.

Berat Badan	44	45	46	47	48	49	50
Frekuensi	4	3	6	6	2	p	4

Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_7x_7}{f_1 + f_2 + \ldots + f_7}$$

$$47 = \frac{(44 \quad 4) + (45 \quad 3) + (46 \quad 6) + (47 \quad 6) + (48 \quad 2) + (49 \quad p) + (50 \quad 4)}{4 + 3 + 6 + 6 + 2 + p + 4}$$

$$47 = \frac{1.165 + 49p}{25 + p} \qquad 1175 + 47p = 1165 + 49p$$

$$2p = 10$$

$$p = 5$$

Jadi, nilai p adalah 5.

Siapa Berani?

Dalam satu tahun, sebuah mobil telah menempuh jarak sepanjang 14.250 km dan menghabiskan bensin 1.500 liter.

a. Untuk setiap satu liter bensin, hitunglah rata-rata jarak yang ditempuh mobil.

b. Untuk menempuh jarak 142,5 km, hitunglah berapa liter bensin yang dibutuhkan mobil itu.

Sekarang, lakukan aktivitas berikut bersama kelompok belajarmu.

Aktivitas 3.1

1. Tuliskan sepuluh datum $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. Misalkan, mean dari data itu adalah $\bar{x}$. Hitunglah $\bar{x}$.
2. Tambahkan setiap datum pada langkah ke-1 dengan bilangan bulat sebarang p sehingga diperoleh data $x_1 + p, x_2 + p, x_3 + p, \ldots, x_{10} + p$. Misalkan, mean dari data ini adalah $\bar{w}$. Hitunglah $\bar{w}$.
3. Lakukan langkah ke-1 dan ke-2 untuk data yang lain dan nilai p yang lain. Coba kamu selidiki apakah $\bar{w} = \bar{x} + p$?
4. Kalikan setiap datum pada langkah ke-1 dengan bilangan bulat sebarang q sehingga diperoleh data $qx_1, qx_2, qx_3, \ldots, qx_{10}$. Misalkan, mean dari data ini adalah $\bar{y}$. Hitunglah $\bar{y}$.

5. Lakukan langkah ke-1 dan ke-4 untuk data yang lain dan nilai q yang lain. Coba kamu selidiki apakah $\bar{y} = q\bar{x}$?
6. Kalikan setiap datum pada langkah ke-1 dengan bilangan bulat q. Kemudian, tambahkan dengan bilangan bulat p sehingga diperoleh data $qx_1 + p, qx_2 + p, qx_3 + p, ..., qx_{10} + p$. Misalkan, mean dari data ini adalah $\bar{z}$. Hitunglah $\bar{z}$.
7. Lakukan langkah ke-1 dan ke-6 untuk data yang lain dan nilai p dan q yang lain. Coba kamu selidiki apakah $\bar{z} = q\bar{x} + p$?

Hasil Aktivitas 3.1 memperjelas sifat berikut.

Diketahui data $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ dengan mean $\bar{x}$.

1. Jika setiap datum ditambahkan dengan bilangan bulat sebarang p maka diperoleh data $x_1 + p, x_2 + p, x_3 + p, ..., x_n + p$ dengan mean $\bar{w} = \bar{x} + p$.
2. Jika setiap datum dikalikan dengan bilangan bulat sebarang q maka diperoleh data $qx_1, qx_2, qx_3, ..., qx_n$ dengan mean $\bar{y} = q\bar{x}$.
3. Jika setiap datum dikalikan q, kemudian ditambahkan p maka diperoleh data $qx_1 + p, qx_2 + p, qx_3 + p, ..., qx_n + p$ dengan mean $\bar{z} = q\bar{x} + p$.

Contoh 3.10

Mean nilai ujian Matematika siswa Kelas IX A adalah 4,8. Oleh karena meannya terlalu kecil, setiap siswa memperoleh tambahan nilai 2. Berapakah mean nilai ujian yang baru?

Penyelesaian:

Diketahui: Mean mula-mula adalah $\bar{x} = 4{,}8$ dan $p = 2$.

Ditanyakan: Mean baru $\bar{w}$.

Pengerjaan: $\bar{w} = \bar{x} + p = 4{,}8 + 2 = 6{,}8$

Jadi, mean nilai ujian yang baru adalah 6,8.

Jika terdapat beberapa kelompok data yang masing-masing meannya diketahui, kamu dapat menghitung mean gabungan dari kelompok-kelompok data tersebut, seperti berikut.

Misalnya,

kelompok data ke-1 memiliki mean $\bar{x}_1$;

kelompok data ke-2 memiliki mean $\bar{x}_2$;

.

.

.

kelompok data ke-i memiliki mean $\bar{x}_i$;

Siapa Berani?

Mean gaji bruto per bulan karyawan sebuah perusahaan adalah Rp1.200.000,00. Bulan depan, setiap karyawan memperoleh kenaikan gaji sebesar 15%. Berapa mean gaji bruto per bulan karyawan perusahaan tersebut setelah kenaikan?

Tugas untukmu

Tunjukkan bahwa rumus berikut berlaku untuk menyelesaikan Contoh 3.11(2).

$$\bar{x}_{baru} = \frac{n\ \bar{x}_{lama} - x_a}{n - 1}$$

dengan

n = banyak datum

$\bar{x}_{lama}$ = nilai rata-rata dari n datum

$\bar{x}_{baru}$ = nilai rata-rata dari $(n - 1)$ datum

x_a = nilai salah satu datum yang tidak dimasukkan dalam perhitungan

Tulislah langkah-langkahnya pada kertas terpisah, kemudian kumpulkan kepada gurumu.

Tabel 3.9

n_i	$\bar{x}$
35	6
30	7
40	6,5
105	

maka mean gabungannya $\left(\bar{x}_{gab}\right)$ adalah sebagai berikut.

$$\bar{x}_{gab} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \ldots + n_i\bar{x}_i}{n_1 + n_2 + \ldots + n_i}, \; i = 1, 2, 3, \ldots$$

dengan n_i = banyak datum pada kelompok data ke-i dan $n_1 + n_2 + \ldots + n_i$ = jumlah total datum.

TechnoMath

Perhitungan mean dapat dilakukan dengan bantuan kalkulator. Kalkulator yang digunakan adalah kalkulator *scientific*, seperti *fx-3600Pv*.



Untuk menghitung mean dengan kalkulator, kamu harus menset kalkulator pada fungsi statistika dengan menekan tombol
MODE 3 .
Misalnya, diketahui data nilai ujian Matematika 5 orang siswa sebagai berikut.
6, 7, 5, 8, 8.
Untuk menentukan meannya, simpan data-data tersebut dalam memori kalkulator dengan menekan tombol-tombol berikut.
SHIFT KAC 6
DATA 7
DATA 5 DATA 8
DATA 8 DATA .
Kemudian, untuk menentukan meannya, tekan
SHIFT $\bar{x}$.
Hasilnya adalah 6,8.
Bandingkanlah dengan hasil perhitunganmu secara manual.

Contoh 3.11

1. Data nilai rata-rata ulangan umum Matematika disajikan pada Tabel 3.9. Nilai rata-rata Matematika dari 35 siswa Kelas IX A adalah 6. Nilai rata-rata Matematika dari 30 siswa Kelas IX B adalah 7. Nilai rata-rata Matematika dari 40 siswa Kelas IX C adalah 6,5. Tentukan nilai rata-rata gabungannya.

 Penyelesaian:

 Diketahui $n_1 = 35$, $n_2 = 30$, $n_3 = 40$, $\bar{x}_1 = 6$, $\bar{x}_2 = 7$, dan $\bar{x}_3 = 6{,}5$ sehingga

 $$\bar{x}_{gab} = \frac{(35)(6) + (30)(7) + (40)(6{,}5)}{35 + 30 + 40} = \frac{680}{105} = 6{,}48$$

 Jadi, nilai rata-rata gabungannya adalah 6,48.

 Coba periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

2. Nilai rata-rata ujian Bahasa Indonesia 40 siswa Kelas IX A adalah 51. Jika seorang siswa yang mendapat nilai 90 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata tersebut, tentukan nilai rata-rata ujian yang baru.

 Penyelesaian:

 Langkah 1

 Tuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal tersebut.

 Diketahui: Jumlah siswa = 40 orang.

 Nilai rata-rata, $\bar{x} = 51$.

 Ditanyakan: Nilai rata-rata ujian yang baru jika seorang siswa mendapat nilai 90 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata tersebut.

 Langkah 2

 Tentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut. Kamu harus terlebih dahulu menghitung jumlah nilai dari 40 orang siswa. Kemudian, mensubstitusikan nilai yang diperoleh pada nilai rata-rata ujian yang baru.

 Langkah 3

 Selesaikan soal dengan menggunakan strategi yang telah ditentukan.

 $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{40}}{40} = 51$$

$x_1 + x_2 + \ldots + x_{40} = 51 \times 40 = 2.040$

Nilai rata-rata ujian yang baru adalah

$$\bar{x}_{baru} = \frac{(x_1 + x_2 + \ldots + x_{40}) \quad 90}{39} = \frac{2.040 \quad 90}{39} = \frac{1.950}{39} = 50$$

Jadi, nilai rata-rata ujian yang baru adalah 50.

Langkah 4

Periksa kembali jawaban yang telah diperoleh. Caranya, hitung nilai $x_1 + x_2 + \ldots + x_{40}$, apakah nilainya sama dengan 2.040 atau tidak? Jika sama, berarti jawabannya benar.

$$\bar{x}_{baru} = \frac{(x_1 + x_2 + \ldots + x_{40}) \quad 90}{39}$$

$$50 = \frac{(x_1 + x_2 + \ldots + x_{40}) \quad 90}{39}$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_{40} - 90 = 50 \times 39$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_{40} = 1.950 + 90$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_{40} = 2.040$$

Terbukti bahwa jawaban yang diperoleh benar.

2. Median (Nilai Tengah)

Sama halnya dengan mean, median juga merupakan ukuran pemusatan data yang digunakan untuk menganalisis data. *Median* adalah nilai tengah dari data yang telah diurutkan dari datum terkecil ke terbesar.

Jika banyak datum ganjil, mediannya adalah datum yang tepat berada di tengah data setelah diurutkan. Datum ini tepat membagi data menjadi dua kelompok datum yang sama banyak. Jika banyak datum genap, mediannya adalah mean atau rata-rata dari dua datum yang terletak di tengah setelah data tersebut diurutkan. Median biasanya dinotasikan dengan *Me*.

Contoh 3.12

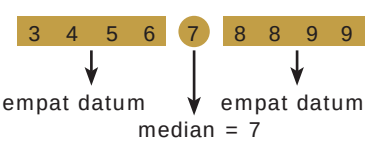
Tentukan median dari bilangan-bilangan berikut.

a. 6, 4, 8, 9, 3, 8, 5, 9, 7.

b. 71, 74, 70, 72, 69, 80, 76, 81, 71, 68, 75, 73.

Penyelesaian:

a. Urutkan dahulu data tersebut dari datum terkecil ke datum terbesar sehingga diperoleh bagan berikut.



Tugas untukmu

Lakukan tugas ini secara berkelompok. Kerjakan dalam kertas terpisah, kemudian kumpulkan pada gurumu.

1. Carilah harga 5 jenis rokok per bungkus dengan merek yang berbeda. Hitung harga rata-rata sebatang rokok dari setiap jenisnya.
2. Ayah Pandi mengisap rokok rata-rata 30 batang per hari.

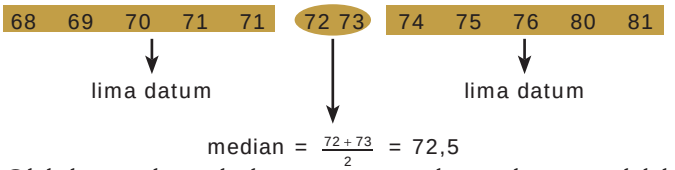
Gunakan harga rata-rata per batang salah satu jenis rokok pada nomor 1 untuk menghitung biaya pembelian rokok yang dikeluarkan ayah Pandi selama 1 tahun.

Menurutmu, barang-barang apakah yang dapat dibeli ayah Pandi dengan uang yang telah digunakan untuk membeli rokok tersebut?
(1) Telepon genggam
(2) TV berwarna
(3) Lemari es
(4) Radio tape

Meninggalkan kebiasaan merokok merupakan ide yang baik. Bagaimana pendapatmu?

Oleh karena banyak datum ganjil maka mediannya adalah datum yang tepat berada di tengah data.
Jadi, mediannya adalah 7.

b. Urutkan dahulu data tersebut dari datum terkecil ke datum terbesar sehingga diperoleh bagan berikut.



Oleh karena banyak datum genap maka mediannya adalah rata-rata dua datum yang di tengah.
Jadi, mediannya adalah 72,5.

Contoh 3.12 menggambarkan ketentuan berikut.

1) Jika banyak datum yang telah diurutkan ganjil (n ganjil) maka

$Me = x_{\frac{n+1}{2}}$ datum ke-$\frac{n+1}{2}$

Misalnya, pada Contoh 3.12(a)

$Me = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{9+1}{2}} = x_{\frac{10}{2}} = x_5 = 7$

Jadi, mediannya adalah datum ke-5 setelah data tersebut diurutkan, yaitu 7.

2) Jika banyak datum yang telah diurutkan genap (n genap) maka $Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$.

Nilai tersebut menunjukkan mean dari dua datum yang terletak di tengah setelah data diurutkan, yaitu mean dari datum ke-$\frac{n}{2}$ dan datum ke-$\frac{n}{2}+1$.

Misalnya, pada Contoh 3.12(b)

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_{\frac{12}{2}} + x_{\frac{12}{2}+1}}{2}$$
$$= \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{72+73}{2}$$
$$= 72{,}5$$

Jadi, mediannya adalah 72,5.

Bagaimana cara menentukan median dari data yang disajikan dalam tabel frekuensi?

Siapa Berani?

Diketahui data sebagai berikut.
10, 6, 6, 8, 5, 8, p, 7.
Tentukan nilai p jika mediannya 6,5.

Pada prinsipnya, menentukan median dari data seperti ini sama saja dengan yang telah kamu pelajari. Dengan mempelajari contoh berikut, kamu pasti dapat menemukan caranya.

Contoh 3.13

Tentukan median dari data pada Tabel 3.10 dan Tabel 3.11.

Tabel 3.10 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai	Frekuensi
4	3
5	4
6	10
7	8
8	3
9	1

Tabel 3.11 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai	Frekuensi
4	3
5	9
6	8
7	10
8	6
9	4

Penyelesaian:

a. Banyak datum pada Tabel 3.10 adalah 29 (jumlah total frekuensi), berarti banyak datumnya ganjil. Oleh karena itu, mediannya adalah datum yang tepat berada pada

urutan ke-$\frac{n+1}{2}$ = urutan ke-$\frac{29+1}{2}$ = urutan ke-15.

Berdasarkan Tabel 3.10 diketahui:

1. datum ke-1 sampai dengan ke-3 adalah 4 (interval ke-1);
2. datum ke-4 sampai dengan ke-7 adalah 5 (interval ke-2);
3. datum ke-8 sampai dengan ke-17 adalah 6 (interval ke-3).

Oleh karena datum ke-15 terletak pada interval ke-3 maka datum ke-15 tersebut adalah 6.

Jadi, median dari data pada Tabel 3.10 adalah 6.

b. Coba kamu cari median data pada Tabel 3.11.

3. Modus

Pada bagian sebelumnya, kamu telah belajar tentang ukuran pemusatan data, yaitu mean dan median. Ukuran pemusatan data berikutnya adalah *modus*.

Datum-datum yang menyusun suatu data tentu bervariasi. Ada datum yang muncul hanya sekali. Ada juga datum yang muncul lebih dari sekali. Datum yang paling sering muncul dinamakan modus dan biasanya dinotasikan dengan *Mo*.

Uji Kecerdikan

Diketahui data seperti berikut.

$\frac{2}{3}$, 5, 4, p, 3, 3, $\frac{1}{2}p$, 7, 8, $2p - 4$, 3, dan 6.

Jika mean = 5,

a. tentukan nilai p;

b. tentukan median dari data tersebut.

InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat:

kur2003.if.itb.ac.id/file/CN%20IF2152%20distribusi%20peluang%20kontinu.pdf

Catatan

- Jika frekuensi (banyak setiap datum) dalam suatu data sama maka data tersebut tidak memiliki *modus*.
 Contoh:
 10, 9, 8, 1, 2, 3, 4, 6.
- Jika suatu data memiliki modus lebih dari dua maka data tersebut disebut *polimodal*.
 Contoh:
 1, 2, 2, 3, 1, 4, 5, 3, 6, 4, 8, 7, 9.
 Data ini memiliki empat modus, yaitu 1, 2, 3, dan 4.

Contoh 3.14

1. Tentukan *modus* dari setiap data berikut.
 a. 4, 6, 3, 7, 4, 6, 5, 7, 8, 6, 9, 6.
 b. 12, 10, 8, 10, 9, 7, 8, 6, 5.
 c. 6, 6, 5, 5, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 4, 4, 10, 10, 3, 3, 2, 2.

 Penyelesaian:
 a. Datum yang paling sering muncul adalah 6, yaitu sebanyak empat kali. Jadi, modusnya adalah 6.
 b. Datum yang paling sering muncul adalah 8 dan 10, yaitu sebanyak dua kali. Dengan demikian, modusnya ada dua, yaitu 8 dan 10. Data yang memiliki dua modus disebut *bimodal*.
 c. Data ini tidak memiliki modus karena frekuensi setiap datumnya sama banyak.

2. Data berikut memiliki mean 5,6.
 9, p, 6, 4, 3, 5, q, 5, 7, 4.
 Hitunglah nilai $p + q$.
 Jika data itu memiliki modus 5, tentukan:
 a. nilai p dan q;
 b. median.

 Penyelesaian:

$$\bar{x} = \frac{9+p+6+4+3+5+q+5+7+4}{10}$$

$$5{,}6 = \frac{43+p+q}{10}$$

$$56 = 43 + p + q$$

$$p + q = 13$$

 a. Tanpa memperhatikan nilai p dan q, modus dari data itu adalah 4 dan 5.
 Diketahui modus data adalah 5 sehingga nilai p yang mungkin adalah 5.
 Untuk $p = 5$ maka
 $p + q = 13$
 $5 + q = 13$
 $q = 8$
 Jadi, nilai $p = 5$ dan $q = 8$.
 b. Untuk menentukan median, data diurutkan sebagai berikut: 3, 4, 4, 5, $\underbrace{5}_{Me}$, 5, 6, 7, 8, 9

$$Me = \frac{5+5}{2} = 5$$

 Jadi, mediannya adalah 5.

Contoh 3.15

1. Tentukan *modus* dari data pada Tabel 3.12

Tabel 3.12 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai	Frekuensi
5	3
6	4
7	4
8	9
9	5
10	5

Penyelesaian:

Datum yang memliki frekuensi terbanyak adalah 8 dengan frekuensi 9.

Jadi, modus dari data pada Tabel 3.12 adalah 8.

2. Data pada Tabel 3.13 memiliki rata-rata 7,1. Tentukan modus dari data tersebut.

Tabel 3.13 Tabel Distribusi Frekuensi

Nilai	Frekuensi
5	5
6	10
7	9
8	p
9	4
10	2

Penyelesaian:

Sebelum menentukan modus dari data pada Tabel 3,13, kamu harus mengetahui nilai p terlebih dahulu.

$$\bar{x} = \frac{5\ \ 5+6\ \ 10+7\ \ 9+8p+9\ \ 4+10\ \ 2}{5+10+9+p+4+2}$$

$$7{,}1 = \frac{25+60+63+8p+36+20}{30+p}$$

$$7{,}1 = \frac{204+8p}{30+p}$$

$$213 + 7{,}1\,p = 204 + 8p$$

$$0{,}9p = 9$$

$$p = 10$$

Datum yang memiliki frekuensi terbanyak adalah 6 dan 8 dengan fekuensi 10. Jadi, modus dari data pada Tabel 3.13 adalah 6 dan 8.

Tugas untukmu

Kerjakan bersama teman sebangkumu. Carilah informasi tentang cara menghitung ukuran pemusatan untuk data tunggal dengan menggunakan kalkulator. Kemukakan informasi yang kamu peroleh tersebut di depan kelas. Demonstrasikan pula cara menggunakan kalkulator untuk menghitung mean, median, dan modus pada contoh-contoh soal pada bab ini di depan kelas.

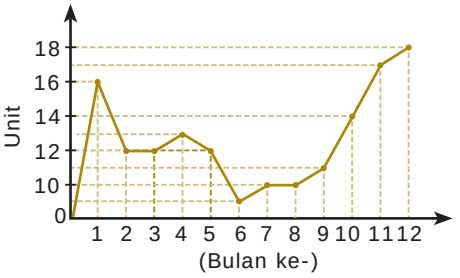
Tes Kompetensi 3.2

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Tentukan mean, median, dan modus dari setiap data berikut.
 a. 8, 5, 6, 8, 7, 8, 9, 6, 8, 9, 8, 4, 5
 b. 6, 4, 7, 5, 10, 3, 6, 8, 7, 2, 7, 6
2. Hasil ulangan Matematika dari siswa Kelas IX B tercatat sebagai berikut.

 6 8 3 5 6 5 9 4 7
 8 9 3 4 7 3 7 7 8
 7 4 5 3 5 5 8 9 10
 2 10 4 10 2 3 4 6 9
 6 6 9 6

 a. Buatlah tabel frekuensinya.
 b. Tentukan mean, median, dan modus dari data tersebut.
3. Berdasarkan hasil sembilan kali ulangan pada Semester 1, Sani mendapat nilai 7, 4, 5, 4, 6, 5, 8, 7, dan 5. Ukuran pemusatan data (mean, median, atau modus) manakah yang menguntungkan Sani apabila nilai tersebut akan dipilih untuk menentukan nilai rapornya? Berilah penjelasan dari setiap jawabanmu.
4. Berikut ini adalah diagram garis penjualan sepeda motor dari sebuah dealer pada tahun 2006.



 Tentukan mean, median, dan modus dari data tersebut.
5. Jika berat badan rata-rata dari tabel berikut 47 kg, tentukan nilai p.

Berat Badan (kg)	44	45	46	47	48	49	50
Frekuensi	4	3	6	6	2	p	4

6. Nilai rata-rata hasil ulangan Fisika dari 39 murid adalah 6,5. Jika seorang anak mengikuti ulangan susulan, nilai rata-rata tersebut menjadi 6,56. Berapakah nilai murid yang mengikuti ulangan susulan?
7. Waktu rata-rata hasil tes lari 100 m dari 45 siswa adalah 15 sekon. Jika seorang siswa terlambat mengikuti tes tersebut dan ketika dites waktu yang tercatat 12 sekon, berapakah waktu rata-rata dari 46 siswa tersebut?
8. Seorang siswa dinyatakan lulus apabila nilai ujiannya lebih dari nilai rata-rata dikurangi 0,1. Jika hasil ujian dari peserta tes tampak pada tabel berikut, tentukan jumlah murid yang lulus.

Nilai Ujian	54	55	56	57	58	59	60	65	70
Frekuensi	8	4	7	6	5	4	3	2	1

9. Berikut ini adalah catatan waktu 10 perenang dalam final gaya bebas 100 m.

Perenang	Catatan Waktu (detik)
A	57
B	49
C	...
D	53
E	58
F	58
G	53
H	...
I	52
J	59

 Jika waktu rata-rata dari 10 perenang adalah 54 detik dan perenang H lebih cepat 1 detik dari perenang C, tentukan:
 a. catatan waktu s perenang H dan C;
 b. siapakah yang menjadi juara?
10. Tabel berikut memperlihatkan distribusi frekuensi yang salah satu frekuensinya belum diketahui. Tentukan rata-rata hitung yang mungkin dari data tersebut.

Data	Frekuensi
0	1
2	3
3	2
4	?
5	1

C. Ukuran Penyebaran Data

1. Jangkauan

Pada bagian sebelumnya, kamu telah belajar tentang pengertian data. Pada bagian ini, kamu akan belajar tentang pengertian jangkauan suatu data. Apakah jangkauan suatu data? *Jangkauan* suatu data adalah selisih antara datum terbesar dan datum terkecil, yang dirumuskan sebagai berikut.

Jangkauan = datum terbesar – datum terkecil

Contoh 3.16

1. Nilai rapor seorang siswa Kelas IX adalah 5, 8, 7, 6, 7, 5, 6, 6, 7. Tentukan jangkauannya.
 Penyelesaian:
 Datum terbesar = 8, dan datum terkecil = 5.
 Jangkauan = datum terbesar – datum terkecil = 8 – 5 = 3.
2. Suatu data memiliki mean 16 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai di dalam data tersebut dikalikan q, kemudian dikurangi p maka diperoleh data baru dengan mean 20 dan jangkauan 9. Tentukan nilai dari $2p + q$.
 Penyelesaian:
 Data mula-mula adalah $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ dengan mean $\bar{x} = 16$ dan $j = 6$ sehingga $j = x_n - x_1 = 6$... (1)
 Data baru adalah $qx_1 - p, qx_2 - p, qx_3 - p, ..., qx_n - p$ dengan $j = 9$
 sehingga $(qx_n - p) - (qx_1 - p) = 9$
 $q(x_n - x_1) = 9$... (2)
 Substitusikan persamaan (1) ke (2), diperoleh
 $q \quad 6 = 9$
 $q = \frac{3}{2}$
 Diketahui $\bar{z} = 20$ maka
 $\bar{z} = q\bar{x} - p$
 $q\bar{x} - p = 20 \quad \frac{3}{2}(16) - p = 20 \quad p = 4$
 Jadi, $2p + q = 2(4) + \frac{3}{2} = 9\frac{1}{2}$.

InfoMatika

Ukuran statistika yang membagi data terurut dari datum terbesar ke datum terkecil menjadi 10 kelompok sama banyak disebut *desil*. Letak desil ditentukan dengan rumus berikut.
Letak D_i = datum ke-
$$\frac{i(n+1)}{10}$$
atau $D_i = x_{\frac{i(n+1)}{10}}$.
Dalam hal ini, i = 1, 2, ..., 10 dan n = banyak datum.
Coba kamu tentukan desil ke-5 dari data 4, 3, 4, 5, 7, 8, 5, 4, 3, 2, 6, 9, 6.

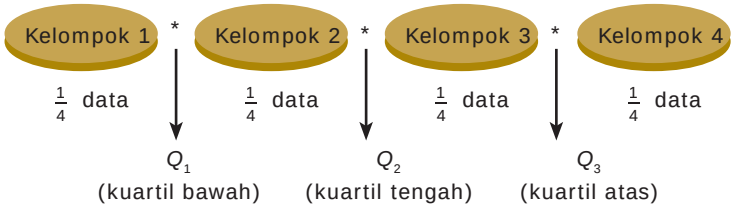
2. Kuartil, Jangkauan Interkuartil, dan Simpangan Kuartil

Median yang telah kamu pelajari pada bagian sebelumnya adalah membagi data terurut menjadi dua kelompok yang sama banyak. Bagaimana jika data yang telah terurut dibagi menjadi empat kelompok yang sama banyak? Kamu akan memperoleh empat kelompok yang masing-masing terdiri atas $\frac{1}{4}$ data. Ukuran yang membagi data menjadi empat kelompok yang sama banyak disebut *kuartil*.

Ada tiga jenis kuartil, yaitu *kuartil pertama* (*kuartil bawah*), *kuartil kedua* (*kuartil tengah* atau *median*), dan *kuartil ketiga* (*kuartil atas*). Kuartil-kuartil itu berturut-turut diberi notasi Q_1, Q_2, dan Q_3.

Untuk lebih jelasnya, amati gambar pembagian data terurut menjadi empat kelompok yang sama banyak berikut.

Gambar 3.11



Keterangan:
Banyak datum kelompok 1 = banyak datum kelompok 2 = banyak datum kelompok 3 = banyak datum kelompok 4.

Untuk menentukan nilai-nilai kuartil dari suatu data, langkah pertama yang harus kamu lakukan adalah mengurutkan data tersebut. Misalnya, diketahui data 4, 2, 3, 5, 7, 3. Setelah diurutkan, tentukan median dari data tersebut. Nilai median yang diperoleh tidak lain adalah Q_2. Kemudian, tentukan kuartil bawah (Q_1) dengan membagi data di bawah Q_2 menjadi dua bagian sama banyak. Selanjutnya, tentukan kuartil atas (Q_3) dengan cara membagi data di atas Q_2 menjadi dua bagian sama banyak. Hasilnya tampak seperti pada bagan berikut.

2 3 3 4 5 7

Q_1 Q_2 Q_3

Dengan demikian, diperoleh $Q_1 = 3$, $Q_2 = \frac{3+4}{2} = 3{,}5$; dan $Q_3 = 5$.

Jangkauan interkuartil adalah selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah. Jika jangkauan interkuartil dinotasikan dengan Q_R maka

$$Q_R = Q_3 - Q_1$$

Simpangan kuartil (*jangkauan semiinterkuartil*) adalah setengah dari jangkauan interkuartil.

Jika jangkauan semiinterkuartil dinotasikan dengan Q_d maka

$$Q_d = \frac{1}{2} Q_R \text{ atau } Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

Contoh 3.17

Nilai rapor Irma, siswa Kelas IX adalah sebagai berikut:
7, 6, 8, 5, 7, 9, 7, 7, 6. Tentukan:

a. kuartil bawah, median, dan kuartil atas;
b. jangkauan interkuartil dan simpangan kuartil.

Penyelesaian:

5 6 6 7 | 7 | 7 7 8 9

$Q_1 = \frac{6+6}{2} = 6$ $\quad Q_2 = 7$ $\quad Q_3 = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$

a. Jadi, kuartil bawah = 6, median = 7, dan kuartil atas = 7,5.

b. $Q_R = Q_3 - Q_1$
$= 7{,}5 - 6 = 1{,}5$

$Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$
$= \frac{1}{2}(1{,}5) = 0{,}75$

Jadi, jangkauan interkuartil = 1,5 dan simpangan kuartil = 0,75.

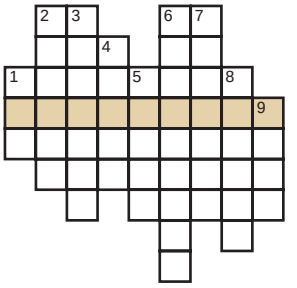
Untuk menentukan kuartil data yang beberapa datumnya sama (memiliki frekuensi tertentu), dapat digunakan rumus berikut.

Misalkan, banyak seluruh datum: $n_1 + n_2 + \ldots + n_i = N$ dengan $i = 1, 2, 3, \ldots$, sehingga

- Q_1 merupakan datum ke- $\frac{1}{4}N$ atau 25% N;
- Q_2 merupakan datum ke- $\frac{1}{2}N$ atau 50% N;
- Q_3 merupakan datum ke- $\frac{3}{4}N$ atau 75% N.

Matematika Ria

Isilah petak-petak berikut dengan cara menurun.



Pertanyaan:

1. Badan Pusat Statistik
2. Nilai tengah
3. Data yang diperoleh dengan cara menghitung
4. Elemen-elemen data
5. Nilai yang paling sering muncul
6. Selisih antara data terbesar dan data terkecil
7. Batas-batas pembagian data
8. Himpunan bagian dari populasi
9. Nilai rata-rata

Jika kamu menjawab dengan benar, kamu akan menemukan sebuah kata pada petak yang diarsir. Kata apakah itu?

Catatan

Dalam beberapa buku, n_i dinotasikan dengan f_i karena banyak datum yang sama (n) tidak lain merupakan frekuensi dari datum tersebut.

Contoh 3.18

Tabel 3.14

Nilai	Frekuensi
1	1
2	4
3	2
4	5
5	8
6	9
7	5
8	4
9	1
10	1

Misalnya, data pada Tabel 3.14 adalah nilai ulangan Matematika dari 40 siswa Kelas IX A.

a. Tentukan kuartil bawah, kuartil tengah, dan kuartil atas.

b. Tentukan jangkauan interkuartil dan simpangan kuartil.

Penyelesaian:

Diketahui: $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_i$

$= 1 + 4 + 2 + 5 + 8 + 9 + 5 + 4 + 1 + 1 = 40$

a.
- Q_1 merupakan datum ke- $\frac{1}{4} N = \frac{1}{4} 40 = 10$.
 Jadi, Q_1 merupakan datum ke-10, yaitu 4.
- Q_2 merupakan datum ke- $\frac{1}{2} N = \frac{1}{2} 40 = 20$.
 Jadi, Q_2 merupakan datum ke-20, yaitu 5.
- Q_3 merupakan datum ke- $\frac{3}{4} N = \frac{3}{4} 40 = 30$.
 Jadi, Q_3 merupakan datum ke-30, yaitu 7.

b. $Q_R = Q_3 - Q_1 = 7 - 4 = 3$

$Q_d = \frac{1}{2} Q_R = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$

Tes Kompetensi 3.3

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

Untuk soal nomor 1 dan 2, tentukanlah kuartil bawah, median, kuartil atas, jangkauan interkuartil, dan simpangan kuartil.

1.
49	30	46	43	42
47	40	45	44	56
149	150	155	152	151
154	153	160	151	

2.
14	12	15	13	12	11
14	13	12	15	11	12

3. Tekanan darah seorang pasien (dinyatakan dalam mmHg) rumah sakit dicatat sehingga diperoleh data berikut.

180	160	175	150	176	130
174	125	178	126	180	124
180	120	165	120	166	120

Tentukan:
a. jangkauan;
b. kuartil bawah, median, kuartil atas;
c. jangkauan interkuartil dan simpangan kuartil.

4. Lama pembicaraan melalui telepon yang dilakukan oleh seorang pedagang elektronik (dinyatakan dalam menit) tercatat sebagai berikut.

8	12	4	10	35	12
6	8	15	9	12	24
17	25	16	7	11	15
10	12	14	14	5	16
18	6	22	25	23	18

Tentukan:
a. jangkauan;
b. kuartil bawah, median, kuartil atas;
c. jangkauan interkuartil dan simpangan kuartil.

5. Perhatikan tabel berikut.

Nilai	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	3	2	8	12	10	3	2

Tentukan:
a. jangkauan;
b. kuartil bawah, median, dan kuartil atas;
c. jangkauan interkuartil dan simpangan kuartil.

D. Distribusi Frekuensi

Kamu telah mengetahui bahwa jika suatu data disajikan dengan cara pengelompokan data, akan diperoleh tabel distribusi frekuensi. Untuk membuat tabel distribusi frekuensi yang baik, gunakanlah aturan-aturan berikut.

a. Tentukan datum terkecil dan datum terbesar, kemudian hitung jangkauannya (*range*) dengan rumus berikut.

$$\text{Jangkauan} = \text{datum terbesar} - \text{datum terkecil}$$

b. Tentukan banyaknya interval kelas, misalnya p dengan perkiraan yang memenuhi ketentuan berikut.

$$6 \le p \le 15$$

c. Tentukan panjang interval kelas dengan rumus panjang kelas sebagai berikut.

$$\text{Panjang kelas} = \frac{\text{jangkauan}}{\text{banyak interval kelas}}$$

d. Tentukan batas bawah dan batas atas setiap interval kelas.

e. Tentukan frekuensi pada masing-masing interval kelas dengan menggunakan sistem turus (*tally*).

Batas bawah interval kelas ke-1 biasanya diambil dari datum terkecil. Adapun datum terbesar harus termuat dalam interval kelas terakhir.

Hal Penting

Istilah-istilah penting yang kamu temui pada bab ini adalah
- data
- datum
- data kuantitatif
- data kualitatif
- data diskrit
- data kontinu
- populasi
- sampel
- mean
- median
- modus
- jangkauan
- kuartil
- simpangan kuartil

Contoh 3.19

Misalnya, data tinggi badan 40 siswa SMP Harapan yang diukur sampai sentimeter terdekat adalah sebagai berikut.
160, 160, 168, 165, 169, 170, 160, 176, 150, 175, 149, 158, 164, 166, 150, 167, 168, 155, 159, 175, 147, 174, 154, 167, 150, 164, 176, 166, 148, 161, 170, 158, 151, 163, 158, 163, 170, 159, 153, 156

Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data tersebut.

Penyelesaian:

- Data terbesar 176, sedangkan data terkecil 147 sehingga jangkauan = 176 – 147 = 29.
- Pilihlah banyaknya interval kelas, misalnya 6.
- Panjang interval kelas (p) adalah

$$p = \frac{\text{jangkauan}}{\text{banyak interval kelas}} = \frac{29}{6} = 4{,}83 \quad 5.$$

- Batas bawah interval ke-1 adalah 147, dan batas atasnya 151. Batas bawah interval ke-2 adalah 152, dan batas atasnya 156, dan seterusnya.
- Dengan menggunakan sistem turus, diperoleh
 - frekuensi interval ke-1 adalah 8
 - frekuensi interval ke-2 adalah 4, dan seterusnya.

 Dengan demikian, diperoleh tabel distribusi frekuensi seperti terlihat pada Tabel 3.15.

Tabel 3.15

Nilai	Tanda Hitung	Frekuensi
147 - 151	𝍸 \|	8
152 - 156	\|\|\|\|	4
157 - 161	𝍸 \|	8
162 - 166	𝍸 \|\|	7
167 - 171	𝍸 \|	8
172 - 176	𝍸	5
Jumlah		40

Tes Kompetensi 3.4

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Misalkan, data tinggi badan siswa Kelas IX SMP Pertiwi diukur sampai sentimeter terdekat adalah sebagai berikut.

 141 162 147 158
 157 164 168 161
 146 148 168 169
 155 156 141 144
 170 152 165 166
 163 161 143 145
 150 164 160 145
 168 149 144 142
 163 160 165 161
 149 160 151 155

 a. Tentukan jangkauannya.
 b. Jika banyaknya interval kelas 6, tentukan panjang setiap kelasnya.
 c. Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data itu.

2. Amati data pada tabel berikut.

Nilai Ulangan	Frekuensi
31–40	3
41–50	4
51–60	7
61–70	20
71–80	21
81–90	18
91–100	7
Jumlah	80

 Tentukan:
 a. panjang dan banyaknya interval kelas;
 b. batas bawah dan atas interval kelas;
 c. tepi bawah kelas ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, ke-5, ke-6, dan ke-7;
 d. tepi atas kelas ke-1, ke-2, ke-3, ke-4, ke-5, ke-6, dan ke-7.

3. Setiap hari, banyaknya pasien di sebuah rumah sakit dicatat. Kemudian, diperoleh data sebagai berikut.

98	102	99	106	90	97
104	109	82	75	86	91
89	101	108	105	103	95
92	88	96	76	78	80
84	88	79	79	100	99
98	94	85	87	93	100
96	80	81	94		

a. Tentukan jangkauannya
b. Jika banyaknya interval kelas 7, tentukan panjang setiap kelasnya.
c. Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data tersebut.

4. Pada suatu hari, temperatur minimum beberapa daerah di Indonesia dicatat dalam derajat Celsius hingga diperoleh data berikut.

12	21	14	23	17	5
18	20	28	19	16	19
11	25	6	10	15	22
24	26	7	27	20	21
8	11	13	28	18	22
26	24	9	10	8	6
17	19	21	27	20	17
10	22	15	16	24	21

a. Tentukan jangkauannya.
b. Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data tersebut.

5. Seorang ibu mencatat perkembangan berat badan anaknya setiap bulan selama dua tahun (dinyatakan dalam kilogram) sebagai berikut.

3,00	5,60	8,30	8,50
3,40	5,95	7,90	8,50
3,90	6,60	7,80	8,75
4,35	7,10	8,00	8,40
5,20	7,50	8,25	8,40
5,35	8,00	8,15	8,75

a. Tentukan jangkauannya.
b. Buatlah tabel distribusi frekuensinya.

Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. Populasi adalah semua objek yang menjadi sasaran pengamatan.
2. Sampel adalah bagian dari populasi yang diambil untuk dijadikan sasaran pengamatan.
3. Metode penyajian data, di antaranya diagram batang, diagram garis, piktogram, dan diagram lingkaran.
4. Mean adalah rata-rata dari sekumpulan data.
5. Median adalah nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan.
6. Modus adalah data yang paling banyak muncul pada sekumpulan data.
7. Jangkauan interkuartil adalah selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah.

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

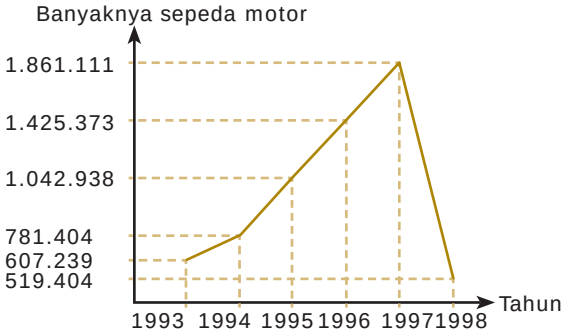
1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang materi apa saja dari Bab Statistika yang paling kamu senangi serta mengapa kamu menyenangi materi tersebut.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Tes Kompetensi Bab 3

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Suatu lembaga lingkungan hidup ingin mengetahui kandungan unsur tembaga dalam Sungai Ciliwung yang tercemar. Untuk keperluan tersebut, petugas hanya mengambil secangkir air dari Sungai Ciliwung. Sampel dari keadaan tersebut adalah
 a. unsur tembaga
 b. secangkir air
 c. Sungai Ciliwung
 d. secangkir air dari Sungai Ciliwung
2. Diketahui nilai ulangan Biologi 10 siswa yang diambil secara acak adalah 8, 4, 7, 9, 4, 7, 3, 6, 5, 7.
 (1) Rataan = 6
 (2) Median = 6,5
 (3) Modus = 7
 Pernyataan yang *benar* adalah
 a. (1) dan (2)
 b. (1) dan (3)
 c. (2) dan (3)
 d. (1), (2), dan (3)
3. Nilai rata-rata sekelompok siswa yang berjumlah 40 orang adalah 62. Jika seorang siswa yang mendapat nilai 23 dari kelompok itu tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata tersebut, nilai rata-rata ujian menjadi
 a. 61,05 c. 62
 b. 61,425 d. 63
4. Diketahui kelompok bilangan 2, 3, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 11.
 (1) Modus lebih dari rata-rata
 (2) Median kurang dari rata-rata
 (3) Modus sama dengan rata-rata
 (4) Modus sama dengan median
 Pernyataan yang *benar* adalah
 a. (1), (2), dan (3)
 b. (1) dan (3)
 c. (2) dan (4)
 d. (1) dan (4)
5. Banyaknya sepeda motor rakitan dalam negeri (dalam unit) tahun 1993–1998 disajikan pada diagram garis berikut.



Sumber: *Departemen Perindustrian*

Kenaikan banyaknya sepeda motor rakitan yang paling besar terjadi pada tahun

a. 1993–1994
b. 1994–1995
c. 1995–1996
d. 1996–1997

6. Hasil ulangan Matematika siswa Kelas IX A disajikan pada tabel berikut.

Nilai (x)	4	5	6	7	8	9
Frekuensi (f)	2	6	13	12	6	3

Median dari data tersebut adalah

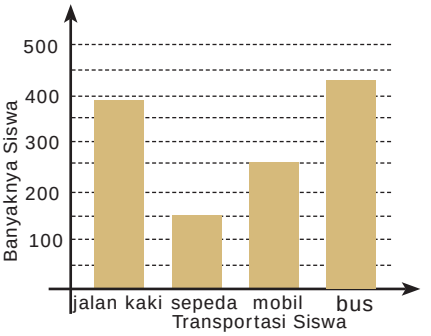
a. 5,5 c. 6,5
b. 6 d. 7

7. Untuk memudahkan pelaksanaan suatu acara, jumlah siswa Kelas IX dibagi ke dalam lima kelompok dengan perbandingan 1 : 2 : 3 : 4 : 5.

Jika data tersebut dibuat diagram lingkarannya, besar sudut masing-masing kelompok adalah

a. 20°, 40°, 60°, 80°, 100°
b. 24°, 48°, 76°, 92°, 120°
c. 26°, 52°, 72°, 96°, 114°
d. 24°, 48°, 72°, 96°, 120°

8. Diagram berikut menunjukkan berbagai cara dari 1.270 siswa menuju ke sekolah.



Selisih siswa yang naik sepeda dan bus adalah

a. 270 orang
b. 280 orang
c. 290 orang
d. 300 orang

9. Dalam suatu ujian yang diikuti 42 siswa, diperoleh rataan nilai ujian 30. Oleh karena rataannya terlalu rendah, semua nilai ujian siswa dikalikan 2, kemudian dikurangi 5. Rataan nilai yang baru adalah

a. 55 c. 53
b. 54 d. 52

10. Nilai rata-rata ujian Matematika pada tabel berikut adalah 6.

Nilai	4	5	6	8	10
Frekuensi	20	40	70	p	10

Nilai p sama dengan

a. 5 c. 20
b. 10 d. 25

11. Nilai rata-rata ulangan Matematika 10 siswa adalah 55. Jika digabung lagi dengan 5 siswa lain, nilai rata-ratanya menjadi 53. Nilai rata-rata dari 5 siswa tersebut adalah

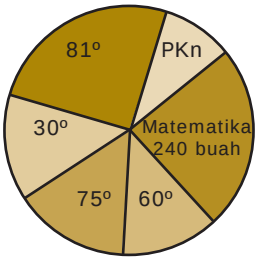
a. 49 c. 50,5
b. 50 d. 51

12. Jangkauan dari 6, 4, 7, 5, 8, 7, 8, 6, 8, 5, 10, 6 adalah
 a. 4 c. 6
 b. 5 d. 7

13. Nilai rata-rata ulangan Matematika 15 siswa adalah 7,0. Jika nilai ulangan Matematika Andri dimasukkan dalam kelompok tersebut, nilai rata-ratanya menjadi 7,125. Nilai ulangan Andri adalah
 a. 7 c. 8
 b. 7,125 d. 9

14. Simpangan kuartil dari 7, 4, 5, 6, 7, 4, 5, 7, 8, 9, 6 adalah
 a. 1 c. 2,5
 b. 2 d. 3

15. Amati diagram berikut.



 Banyak buku pelajaran yang tersedia untuk pelajaran PKn adalah
 a. 16 buku
 b. 64 buku
 c. 96 buku
 d. 128 buku

 Ebtanas 2001

16. Peluang munculnya angka prima pada pelemparan dadu bersisi 6 adalah
 a. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{3}{6}$
 b. $\frac{2}{6}$ d. $\frac{4}{6}$

 Ebtanas 1998

17. Pak Agus dan Pak Harif masing-masing memiliki lima ekor kambing. Berat rata-rata kambing Pak Agus 36 kg, sedangkan berat rata-rata kambing Pak Harif hanya 34 kg. Seekor kambing Pak Harif ditukarkan dengan seekor kambing Pak Agus sehingga berat rata-rata kambing Pak Harif sama dengan berat rata-rata kambing Pak Agus. Selisih berat kambing yang ditukarkan adalah
 a. 5 c. 10
 b. 6 d. 12

18. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 120 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu kurang dari 4 adalah
 a. 20 c. 60
 b. 40 d. 80

19. Nilai rata-rata ujian Matematika dari 39 siswa adalah 45. Jika nilai dari seorang siswa lain yang bernama Riva digabungkan, nilai rata-rata ujian Matematika dari 40 siswa sekarang menjadi 46. Nilai ujian Matematika Riva adalah
 a. 70 c. 80
 b. 75 d. 85

20. Diketahui data kuantitatif: 4, 5, 5, 7, 3, 2, 4, 6, 7, 4. Pernyataan berikut benar, *kecuali*
 a. Modus = 4
 b. Median = 5
 c. Mean = 4,7
 d. $Q_3 = 6$



Sumber: *pop.blogsome.com*

Bab 4

Peluang

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami peluang kejadian sederhana dengan cara menentukan ruang sampel suatu percobaan dan menentukan peluang suatu kejadian sederhana.

Peluang merupakan konsep yang baru kamu kenal. Konsep peluang sangat penting peranannya dalam kehidupan sehari-hari. Saat ini, teori peluang banyak digunakan dalam berbagai bidang, seperti ekonomi, sosial, pendidikan, kesehatan, dan olahraga, seperti uraian berikut.

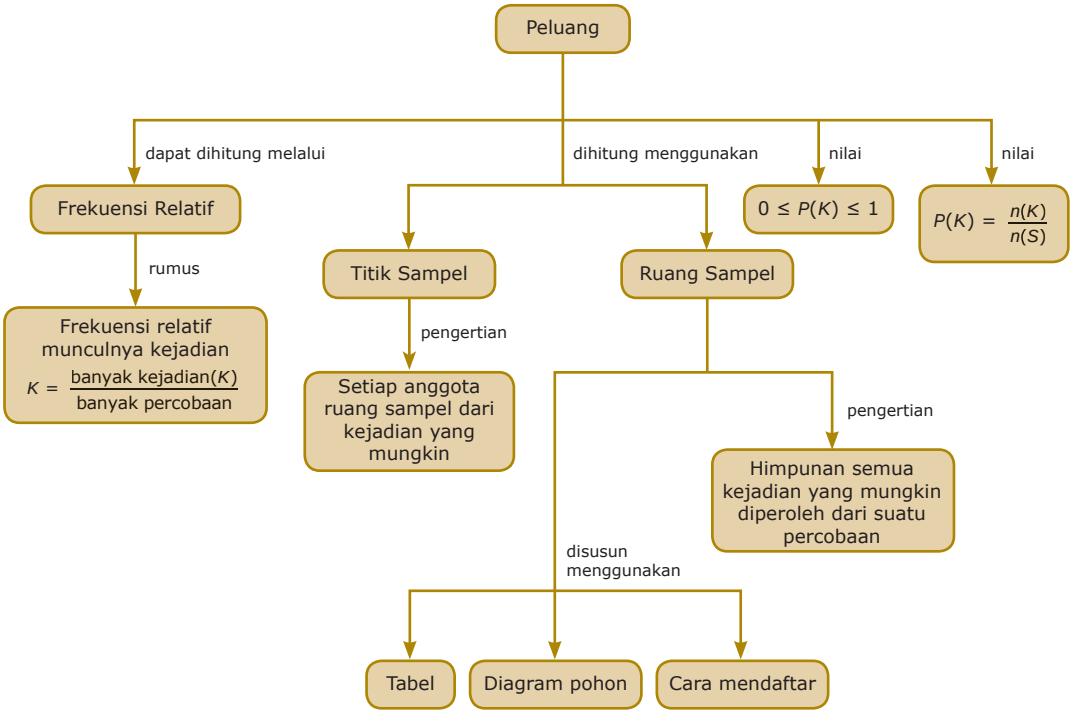
Pada tahun 2007, diketahui rasio setiap satu orang siswa Kelas IX SMP Karya Kita lulus ujian nasional adalah 0,85. Jika pada tahun ajaran 2007/2008 sekolah itu menampung 280 orang siswa kelas IX, berapa banyak siswa SMP tersebut yang diperkirakan lulus ujian nasional?

Kamu harus menguasai konsep peluang untuk menjawab pertanyaan tersebut. Oleh karena itu, pelajarilah bab ini dengan baik.

A. Pengertian Peluang

B. Frekuensi Harapan

Diagram Alur



Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Buatlah tiga kalimat yang menyatakan kemungkinan.
2. Tentukan apakah pernyataan-pernyataan berikut merupakan kejadian pasti atau kejadian mustahil.
 a. Bulan berputar mengelilingi bumi.
 b. Matahari terbenam di sebelah timur.
 c. Paus bernapas dengan insang.
3. Sebuah dadu dilemparkan satu kali. Tentukan kemungkinan mata dadu yang muncul.
4. Sebuah uang logam dilemparkan satu kali. Tentukan kemungkinan kejadian yang akan muncul.
5. Banyaknya siswa dalam satu kelas berjumlah 56 orang. Perbandingan banyaknya siswa laki-laki dan siswa perempuan adalah 3 : 5. Tentukan banyaknya siswa laki-laki dan siswa perempuan dalam kelas tersebut.

A. Pengertian Peluang

Kamu sering mendengar ungkapan-ungkapan berikut dalam kehidupan sehari-hari.

- Berdasarkan hasil pertandingan babak penyisihan, tim Indonesia memiliki *peluang yang kecil* untuk mencapai babak final.
- *Kemungkinan* Klub Jaya memenangkan pertandingan sangat besar.
- Hari ini cuaca mendung, *kemungkinan besar* hujan akan turun.
- Berdasarkan nilai ulangan harian yang telah dicapai, Nina dan Andri memiliki *kesempatan yang sama* untuk menjadi juara kelas.



Sumber: *insert.web.id*

▲ **Gambar 4.1**

Apakah sebenarnya yang dimaksud dengan peluang atau kemungkinan itu? Untuk menjawab pertanyaan tersebut, pelajarilah pengertian peluang dan nilai peluang suatu kejadian berikut. Kamu akan memulai bagian ini dengan mempelajari pengertian kejadian acak.

1. Kejadian Acak

Pernahkah kamu memperhatikan sekumpulan ibu-ibu yang sedang arisan? Saat arisan, seorang ibu mengundi nama-nama pemenang dengan menggunakan sebuah gelas. Nama pemenang yang akan keluar tidak dapat diprediksikan.

Uraian tersebut menggambarkan salah satu contoh kejadian acak. Untuk memahami pengertian *kejadian acak*, lakukanlah percobaan dalam Aktivitas 4.1 berikut.

Aktivitas 4.1

Tujuan: Memahami pengertian kejadian acak.

Lakukanlah percobaan-percobaan berikut kemudian jawablah pertanyaannya.







Percobaan 1

Lemparkan sebuah mata uang logam. Dapatkah kamu memastikan sisi yang akan muncul, sisi angka atau sisi gambar?

Percobaan 2

Lemparkan sebuah dadu. Dapatkah kamu memastikan muka dadu yang akan muncul?

Percobaan 3

Sediakan sebuah kotak. Isikan kelereng berwarna merah, kuning, dan hijau masing-masing sebanyak 15 butir ke dalam kotak tersebut. Aduklah keler\eng itu. Kemudian, tutup matamu dan ambillah sebutir demi sebutir secara acak sebanyak 3 kali



pengambilan. Dapatkah kamu memastikan, kelereng warna apa saja yang terambil jika setiap selesai pengambilan, kelereng tersebut dikembalikan lagi ke dalam kotak?

Percobaan 4

Sediakan sebuah stoples. Isikan permen karet berwarna merah, kuning, dan hijau masing-masing sebanyak 20 butir ke dalam stoples tersebut. Ambillah permen karet berwarna merah sebutir demi sebutir tanpa menutup mata. Dapatkah kamu memastikan warna tiga permen karet yang diambil?

Pada Percobaan 1, kejadian yang menjadi perhatian adalah munculnya sisi angka atau gambar. Tentu saja kamu tidak tahu pasti sisi uang logam yang akan muncul. Kamu hanya mengetahui bahwa hasil yang mungkin muncul adalah sisi angka atau sisi gambar. Tentu saja, kedua sisi ini tidak mungkin muncul bersamaan.

Tugas untukmu

Sebutkan masing-masing 3 contoh dalam kehidupan sehari-hari yang merupakan kejadian acak. Tuliskan pada kertas terpisah, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Kejadian munculnya sisi angka atau sisi gambar pada Percobaan 1 tidak dapat dipastikan, sehingga dinamakan *kejadian acak*. Demikian pula kejadian munculnya muka dadu pada Percobaan 2 dan kejadian terambilnya kelereng berwarna merah, kuning, atau hijau pada Percobaan 3 merupakan kejadian acak. Bandingkan dengan kejadian terambilnya permen karet pada Percobaan 4, apakah merupakan kejadian acak? Coba kamu jelaskan.

Percobaan-percobaan pada Aktivitas 4.1 dilakukan untuk mengamati kejadian tertentu. Percobaan-percobaan seperti ini dinamakan *percobaan statistika*. Kejadian acak memang sangat menarik untuk diamati. Oleh karena itu, fokus pembahasan pada bab ini adalah kejadian acak.

2. Kejadian Sederhana

Seperangkat kartu *bridge* terdiri atas 13 buah kartu merah bergambar hati, 13 kartu merah bergambar wajik, 13 kartu hitam bergambar sekop, dan 13 kartu hitam bergambar keriting.

Misalkan, sebuah kartu diambil secara acak dari seperangkat kartu *bridge* tersebut. Andaikan kartu yang terambil bergambar wajik, kejadian muncul kartu bergambar wajik pada pengambilan tersebut dinamakan *kejadian sederhana* karena munculnya kartu bergambar wajik *pasti* berwarna merah. Berbeda jika kartu yang terambil berwarna merah. Kejadian munculnya kartu berwarna merah dinamakan

kejadian bukan sederhana karena munculnya kartu berwarna merah belum tentu bergambar wajik, tetapi mungkin bergambar hati.

3. Frekuensi Relatif dan Peluang Suatu Kejadian

Pada bagian ini, kamu akan belajar tentang cara menghitung peluang dengan pendekatan frekuensi relatif. Ambillah sekeping uang logam, kemudian lakukan percobaan statistika, yaitu melempar uang logam tersebut sebanyak 20 kali.

Misalnya, muncul sisi angka sebanyak 11 kali. Perbandingan banyak kejadian munculnya angka dan banyak pelemparan adalah $\frac{11}{20}$. Nilai ini dinamakan *frekuensi relatif munculnya angka*. Jika sebuah dadu dilempar 30 kali dan muncul muka dadu bernomor 6 sebanyak lima kali, berapakah frekuensi relatif munculnya muka dadu bernomor 6?

Uraian tersebut menggambarkan rumus frekuensi relatif munculnya suatu kejadian yang diamati, yaitu sebagai berikut.

Frekuensi relatif (f_r) munculnya kejadian K dirumuskan sebagai berikut.

$$f_r = \frac{\text{banyak kejadian } K}{\text{banyak percobaan}}$$

Siapa Berani?

Satu mata uang logam dilempar sebanyak 300 kali. Ternyata, muncul sisi angka 156 kali. Berapa frekuensi relatifnya? (tulis dalam bentuk pecahan biasa dan desimal).

Contoh 4.1

Pada pelemparan dadu sebanyak 100 kali, muncul muka dadu bernomor 1 sebanyak 16 kali. Tentukan frekuensi relatif munculnya muka dadu bernomor 1.

Penyelesaian:

- Banyak percobaan = 100.
- Banyak kejadian munculnya muka dadu bernomor 1 = 16.

$$f_r = \frac{\text{banyak kejadian}}{\text{banyak percobaan}} = \frac{16}{100} = 0{,}16.$$

Jadi, frekuensi relatif munculnya muka dadu bernomor 1 adalah 0,16.

Kamu telah mengetahui pengertian frekuensi relatif. Apakah hubungan antara frekuensi relatif dan peluang suatu kejadian? Untuk menyelidikinya, lakukan aktivitas berikut.

Aktivitas 4.2

Tujuan: Menghitung peluang dengan pendekatan frekuensi relatif.
Lemparkan sekeping uang logam ke atas sebanyak 6 kali.
Catat banyak sisi angka yang muncul dan isikan hasilnya pada Tabel 4.1. Kemudian, hitung frekuensi relatifnya, teliti sampai dua desimal. Ulangi langkah-langkah tersebut untuk pelemparan sebanyak 12, 16, 20, 40, dan 80 kali.

Tabel 4.1 Tabel Frekuensi Relatif

Banyak Lemparan	Banyak Sisi Angka yang Muncul	Frekuensi Relatif Muncul Sisi Angka
6		
12		
16		
20		
40		
80		

Amatilah tabel yang telah kamu lengkapi tersebut. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang frekuensi relatif munculnya sisi angka jika banyaknya lemparan semakin besar?

Kegiatan tersebut menunjukkan bahwa *semakin banyak lemparan yang dilakukan maka frekuensi relatif kejadian munculnya sisi angka akan mendekati suatu bilangan tertentu*, yaitu 0,5. Bilangan ini disebut *peluang dari kejadian muncul sisi angka*. Jadi, *peluang suatu kejadian* dapat dihitung melalui pendekatan *frekuensi relatif*.

Uji Kecerdikan

Banyak ahli Matematika yang pada kali pertama mengembangkan teori peluang sebenarnya adalah orang-orang yang senang berjudi. Salah satunya adalah Girolamo Cardano, seorang profesor di bidang Matematika, sekaligus seorang penjudi. Cardano menghitung peluang pelemparan dadu dan peluang penarikan kartu As dari setumpuk kartu. Tidak hanya itu, dia juga menyarankan cara-cara yang menarik untuk bermain curang. Bagaimana pendapatmu tentang hal ini?

4. Titik dan Ruang Sampel dalam Teori Peluang

a. Pengertian Titik Sampel dan Ruang Sampel Suatu Kejadian

Pada pelemparan mata uang logam, kejadian yang mungkin adalah muncul angka (A) atau gambar (G). Jika dinyatakan dengan notasi himpunan, misalnya S, maka $S = \{A, G\}$. Himpunan tersebut dinamakan *ruang sampel*, sedangkan titik A dan G dinamakan *titik sampel*. Banyak anggota ruang sampel dinotasikan dengan $n(S)$.

Uraian tersebut memperjelas pengertian ruang sampel dan titik sampel, yaitu sebagai berikut.

Siapa Berani?

Tentukan ruang sampel dan titik sampel dari penelitian golongan darah manusia.

1) *Ruang sampel* adalah himpunan semua kejadian yang mungkin diperoleh dari suatu percobaan.
2) *Titik sampel* adalah setiap anggota ruang sampel atau disebut juga *kejadian yang mungkin*.

Contoh 4.2

Tentukan ruang sampel dan titik sampel dari pelemparan sebuah dadu.

Penyelesaian:

Kejadian yang mungkin dari pelemparan sebuah dadu adalah munculnya muka dadu bernomor 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Dengan demikian,

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan titik sampelnya 1, 2, 3, 4, 5, dan 6.

b. Menyusun Ruang Sampel dengan Cara Mendaftar

Pada pelemparan tiga mata uang logam sekaligus, misalkan muncul sisi angka (A) pada mata uang pertama, muncul sisi gambar (G) pada mata uang kedua, dan muncul sisi angka (A) pada mata uang ketiga. Kejadian ini dapat ditulis AGA. Kejadian lain yang mungkin dari pelemparan tiga mata uang sekaligus adalah AAA, AGG, dan GGG. Jika ruang sampelnya kamu tuliskan dengan cara mendaftar, diperoleh $S = \{AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG\}$ sehingga $n(S) = 8$.

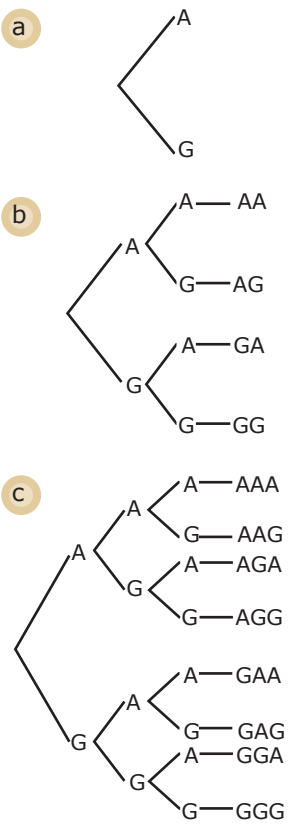
c. Menyusun Ruang Sampel dengan Menggunakan Diagram Pohon

Cara lain yang dapat digunakan untuk menuliskan anggota ruang sampel adalah menggunakan diagram pohon. Amati kembali kasus pelemparan tiga mata uang sekaligus pada bagian b. Sekarang, kamu akan mencoba menyusun ruang sampelnya dengan menggunakan diagram pohon.

Untuk mata uang pertama, kejadian yang mungkin adalah munculnya sisi angka (A) atau gambar (G). Diagramnya dapat kamu buat seperti pada Gambar 4.2(a).

Untuk mata uang kedua, kejadian yang mungkin adalah sama. Diagram pohonnya tampak pada Gambar 4.2(b).

Kejadian yang mungkin untuk mata uang ketiga juga sama. Diagram pohon kejadian untuk pelemparan tiga mata uang tampak pada Gambar 4.2(c). Berdasarkan diagram pohon tersebut, dapat ditentukan ruang sampelnya, yaitu $S = \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.



▲ Gambar 4.2

Matematika Ria

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 3 orang.
2. Buatlah tiga buah kartu dengan gambar yang berbeda-beda.



Pada selembar kertas, buatlah tiga gambar yang sama seperti gambar pada kartu.



3. Kocok ketiga kartu tersebut olehmu. Kemudian, ambil satu kartu secara acak oleh temanmu dan tempatkan di atas gambar yang menurut tebakan temanmu sesuai dengan gambar pada kartu.



4. Buka kartu tersebut. Apakah tebakan temanmu benar?
5. Tempatkan kartu yang telah dibuka di atas gambar yang sesuai.
6. Lakukan langkah yang sama untuk kartu yang kedua dan ketiga oleh temanmu yang lain. Apakah tebakan temanmu benar?
7. Dapatkah kamu menghitung peluang untuk menebak kartu pertama, kedua, atau ketiga dengan benar? Berapa nilai peluangnya?

d. Menyusun Ruang Sampel dengan Cara Membuat Tabel

Pada percobaan melemparkan dua dadu sekaligus, misalnya muncul muka dadu bernomor 2 pada dadu pertama dan muka dadu bernomor 3 pada dadu kedua. Kejadian ini dapat dinyatakan sebagai pasangan berurutan, yaitu (2, 3). Jika muncul muka dadu bernomor 5 pada dadu pertama dan muka dadu bernomor 1 pada dadu kedua, bagaimana menyatakan kejadian itu sebagai pasangan berurutan?

Ruang sampel dari percobaan melempar dua dadu sekaligus dapat disusun dengan cara membuat tabel seperti berikut.

Tabel 4.2 Tabel Ruang Sampel

Dadu ke-1	Dadu ke-2					
	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Pada tabel tersebut dapat dilihat terdapat 36 titik sampel sehingga $n(S) = 36$.

5. Kisaran Nilai Peluang

a. Rumus Peluang

Perhatikan kejadian pada pelemparan sebuah dadu. Hasil pelemparan yang mungkin adalah muncul muka dadu bernomor 1, 2, 3, 4, 5, atau 6, sehingga ruang sampelnya adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Misalkan, kejadian munculnya muka dadu bernomor genap adalah $G = \{2, 4, 6\}$. Banyak anggota himpunan G atau kejadian G dinotasikan dengan $n(G)$, sehingga $n(G) = 3$.

Peluang munculnya setiap titik sampel dalam ruang sampel S sama, yaitu $\frac{1}{6}$. Dengan demikian, peluang munculnya muka dadu bernomor genap adalah sebagai berikut.

$$P(G) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$P(G)$ juga dapat diperoleh dengan cara berikut.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ maka $n(S) = 6$.
$G = \{2, 4, 6\}$ sehingga $n(G) = 3$.
$P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Jika setiap anggota ruang sampel S memiliki peluang muncul yang sama maka peluang kejadian K yang memiliki anggota sebanyak $n(K)$ didefinisikan sebagai berikut.

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}, \text{ dengan } K \subset S$$

Contoh 4.3

Sebuah dadu dilemparkan. Hitunglah peluang munculnya muka dadu bernomor:

a. 2
b. kurang dari 4
c. 7
d. 1, 2, 3, 4, 5, atau 6

Penyelesaian:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ maka $n(S) = 6$.

a. Misalkan, A kejadian munculnya muka dadu nomor 2 maka $A = \{2\}$, $n(A) = 1$, dan $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$.

b. Misalkan, C kejadian munculnya muka dadu bernomor kurang dari 4 maka $C = \{1, 2, 3\}$, $n(C) = 3$, dan $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c. Misalkan, D kejadian munculnya muka dadu nomor 7 maka $D = \{\ \}$, $n(D) = 0$, dan $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$.

d. Misalkan, E adalah kejadian munculnya muka dadu bernomor 1, 2, 3, 4, 5, atau 6 maka $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $n(E) = 6$ sehingga $P(E) = \frac{6}{6} = 1$.

Siapa Berani?

Sebuah kotak berisi 4 bola berwarna merah dan 6 berwarna putih. Sebuah bola diambil dari kotak itu secara acak, kemudian dikembalikan lagi. Berapa peluang terambilnya bola berwarna:
a. merah;
b. putih?

b. Nilai Peluang

Contoh 4.3 memperlihatkan kepada kamu bahwa peluang suatu kejadian nilainya berkisar 0 sampai dengan 1. Secara matematis, hal itu ditulis $0 \le P(K) \le 1$, dengan $P(K)$ adalah peluang suatu kejadian K.

Jika nilai peluang suatu kejadian sama dengan nol atau $P(K) = 0$, nilai tersebut menunjukkan bahwa kejadian K tidak mungkin terjadi. Misalnya, pada pelemparan dadu, peluang

munculnya mata dadu bernomor 7 adalah nol, atau $P(7) = 0$ karena pada dadu tidak terdapat mata dadu yang bernomor 7 (lihat Contoh 4.3(c)). Untuk kejadian-kejadian lain yang nilainya mendekati nol, berarti kemungkinan kejadian tersebut terjadi sangat kecil.

Sebaliknya, jika nilai peluang suatu kejadian sama dengan satu atau $P(K) = 1$, nilai tersebut menunjukkan bahwa kejadian *K pasti terjadi*. Misalnya, pada pelemparan sebuah dadu, peluang munculnya mata dadu yang lebih dari 0 tetapi kurang dari 7 adalah 1. Dengan kata lain, munculnya mata dadu yang lebih dari 0, tetapi kurang dari 7 merupakan suatu kejadian yang pasti terjadi.

Dari uraian tersebut, dapatkah kamu menemukan pernyataan berikut?

1) Peluang suatu kejadian nilainya dari 0 sampai dengan 1 (ditulis $0 \le P(K) \le 1$).
2) Peluang suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi, nilainya nol atau $P(K) = 0$ (kejadian tersebut dinamakan kejadian yang mustahil).
3) Peluang suatu kejadian yang pasti terjadi, nilainya 1 atau $P(K) = 1$ (kejadian tersebut dinamakan kejadian nyata/pasti).

Jika kejadian L merupakan komplemen dari kejadian K maka $P(K) + P(L) = 1$ atau $P(L) = 1 - P(K)$. Misalkan, peluang hari ini hujan 0,3 maka peluang hari ini tidak hujan adalah $1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

Contoh 4.4

1. Dua puluh lima kartu diberi angka 1, 2, 3, ..., 25. Kartu tersebut dikocok. Kemudian, diambil kartu secara acak (setiap pengambilan satu kartu, dikembalikan lagi). Berapa peluang terambilnya kartu berangka
 a. ganjil b. kelipatan 3

 Penyelesaian:

 Ruang sampel dalam percobaan ini adalah $S = \{1, 2, 3, ..., 25\}$ sehingga $n(S) = 25$.

 a. Misalkan, G kejadian terambilnya kartu berangka ganjil maka $G = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25\}$ sehingga $n(G) = 13$.
 Peluang G adalah $P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{13}{25}$.

InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat:
zaki.web.ugm.ac.id/web/mod.php?mod=download&op=visit&lid=118

Jadi, peluang terambilnya kartu berangka ganjil adalah $\frac{13}{25}$.

b. Misalkan, K adalah kejadian terambilnya kartu berangka kelipatan 3 maka $K = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$ sehingga $n(K) = 8$.
Peluang K adalah $P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{8}{25}$.
Jadi, peluang terambilnya kartu dengan angka kelipatan tiga adalah $\frac{8}{25}$.

2. Dari 36 siswa terdapat 22 orang gemar voli, 17 orang gemar tenis, dan 4 orang tidak gemar keduanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, berapa peluang:
 a. seorang siswa hanya gemar voli;
 b. seorang siswa hanya gemar tenis;
 c. seorang siswa gemar voli dan tenis;
 d. seorang siswa tidak gemar voli dan tenis?

Penyelesaian:

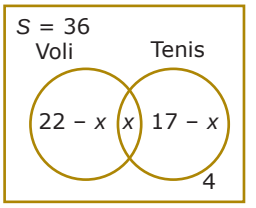
Langkah 1

Tuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan.

Diketahui: Banyak siswa = 36 orang.
Banyak siswa yang gemar voli = 22 orang.
Banyak siswa yang gemar tenis = 17 orang.
Banyak siswa yang tidak gemar keduanya = 4 orang.

Ditanyakan:

Peluang:
a. seorang siswa hanya gemar voli;
b. seorang siswa hanya gemar tenis;
c. seorang siswa gemar voli dan tenis;
d. seorang siswa tidak gemar voli dan tenis.



▲ Gambar 4.3

Langkah 2

Perjelas soal dengan menggunakan gambar. Pada soal ini, gunakanlah diagram Venn seperti Gambar 4.3.

Langkah 3

Selesaikan soal berdasarkan gambar dengan terlebih dahulu mencari nilai x, yaitu jumlah siswa yang gemar voli dan tenis.

$(22 - x) + x + (17 - x) + 4 = 36 \quad 43 - x = 36 \quad x = 7$

a. Banyak siswa yang hanya gemar voli = $22 - 7 = 15$ orang.
Peluang seorang siswa hanya gemar voli = $\frac{15}{36}$.

b. Banyak siswa yang hanya gemar tenis = $17 - 7$
$= 10$ orang.
Peluang seorang siswa hanya gemar tenis = $\frac{10}{36}$.

Siapa Berani?

Dua dadu dilempar secara bersamaan. Tentukan peluang angka pada salah satu dadu yang merupakan faktor dari mata dadu yang lain.

c. Banyak siswa yang gemar voli dan tenis = 7 orang.

Peluang seorang siswa gemar voli dan tenis = $\frac{7}{36}$.

d. Banyak siswa yang tidak gemar voli dan tenis = 4 orang.

Peluang seorang siswa tidak gemar voli dan tenis = $\frac{4}{36}$.

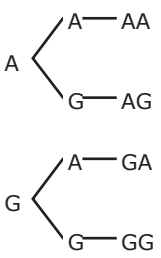
Langkah 4

Periksa kembali jawaban yang diperoleh. Untuk menguji apakah jawabanmu benar atau salah, jumlahkan semua nilai peluang dari a sampai dengan d. Jika jumlah peluangnya sama dengan 1, berarti jawabanmu benar. Tahukah kamu mengapa berlaku seperti itu? Coba jelaskan.

$\frac{15}{36}+\frac{10}{36}+\frac{7}{36}+\frac{4}{36}=\frac{36}{36}=1$

Dapat disimpulkan bahwa jawaban yang diperoleh benar.

Contoh 4.5



Dua mata uang logam dilempar secara bersamaan. Berapakah peluang munculnya

a. tepat dua angka;
b. angka dan gambar;
c. paling sedikit satu angka.

Penyelesaian:

Ruang sampel percobaan ini dapat ditentukan dengan diagram pohon di samping. Jadi, ruang sampel percobaan ini adalah $S = \{AA, AG, GA, GG\}$ sehingga $n(S) = 4$.

a. Misalnya, E kejadian muncul tepat dua angka maka $E = \{AA\}$ dan $n(E) = 1$.

Peluang kejadian E adalah $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{4}$.

Jadi, peluang muncul tepat dua angka adalah $\frac{1}{4}$.

b. Misalnya, F kejadian muncul angka dan gambar maka $F = \{AG, GA\}$ dan $n(F) = 2$.

Peluang kejadian F adalah $P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Jadi, peluang muncul angka dan gambar adalah $\frac{1}{2}$.

c. Misalnya, H kejadian muncul paling sedikit satu angka maka $H = \{AA, AG, GA\}$dan $n(H) = 3$.

Peluang kejadian H adalah $P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{3}{4}$

Jadi, peluang muncul paling sedikit satu angka adalah $\frac{3}{4}$.

Tes Kompetensi 4.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Suatu kantong berisi 4 kelereng merah, 6 kelereng putih, dan 8 kelereng hijau. Sebuah kelereng diambil secara acak dari dalam kantong itu.
 a. Berapa peluang terambilnya kelereng berwarna bukan putih?
 b. Jika pada pengambilan pertama yang terambil adalah kelereng hijau dan tidak dikembalikan, berapa peluang terambilnya kelereng hijau pada pengambilan kedua?
2. Sebuah uang logam dilemparkan ke atas sebanyak empat kali. Diketahui salah satu hasil yang mungkin muncul adalah angka, angka, gambar, dan gambar, ditulis *AAGG*.
 a. Susunlah ruang sampel dengan model diagram yang kamu sukai.
 b. Tentukan $P(AAGG)$, $P(AAAA)$, dan $P(GGGG)$.
 c. Tentukan peluang munculnya paling sedikit:
 (i) dua angka; (ii) tiga gambar.
3. Dua buah dadu dilemparkan ke atas sekaligus. Diketahui salah satu hasil yang mungkin adalah muncul permukaan angka 2 pada dadu pertama dan muncul angka 3 pada dadu kedua, ditulis (2, 3).
 a. Buatlah ruang sampel dengan cara membuat tabel.
 b. Tentukan $P(2, 3)$ dan $P(1, 4)$.
 c. Tentukan peluang munculnya muka dadu:
 (i) berjumlah 1;
 (ii) berjumlah 8;
 (iii) berjumlah 13.
4. Tentukan ruang sampel peristiwa berikut.
 a. Mengambil bola dari kotak yang berisi 3 bola merah, 2 bola putih, dan 1 bola hitam.
 b. Mengambil kartu As dari satu set kartu *bridge*.
 c. Memilih bilangan genap dari 20 bilangan bulat positif pertama.
5. Sebuah dadu dan sebuah mata uang logam dilemparkan ke atas bersama-sama. Sebuah hasil yang mungkin muncul adalah $(2, A)$, artinya muncul muka dadu bernomor 2 dan muncul angka pada permukaan uang.
 a. Buatlah ruang sampel dengan menggunakan diagram pohon.
 b. Tentukan $P(2, A)$, $P(4, A)$ dan $P(5, G)$.
 c. Tentukan $P(\text{genap}, G)$, artinya kemungkinan munculnya nomor genap pada dadu dan munculnya gambar pada uang logam.
6. Sebuah memiliki 2 sisi berwarna merah, 2 sisi berwarna putih, satu sisi berwarna hijau dan kuning. Jika kubus tersebut dilemparkan, tentukan peluang sisi bagian atas yang muncul adalah
 a. merah;
 b. kuning;
 c. tidak merah.
7. Tes kesehatan dilakukan terhadap 40 orang anak di tiga kota yang diambil secara acak, diperoleh bahwa:
 Kota P : 6 orang buta warna
 Kota A : 2 orang buta warna
 Kota C : 3 orang buta warna
 a. Hitunglah peluang anak buta warna pada masing-masing kota.
 b. Tentukan peluang dari keseluruhan pengujian bahwa seseorang itu buta warna.
 c. Buatlah suatu kesimpulan terhadap keadaan tersebut.
8. Tentukan peluang munculnya sekurang-kurangnya dua angka pada pelemparan 3 mata uang secara bersamaan.

B. Frekuensi Harapan

Sebuah mata uang logam dilempar sebanyak 100 kali. Dalam sekali pelemparan, peluang munculnya sisi angka adalah $\frac{1}{2}$.

Dari pelemparan uang logam sebanyak 100 kali, kamu dapat mengharapkan munculnya sisi angka sebanyak 50 kali. Tidak mengherankan apabila dalam percobaan itu ternyata muncul sisi angka sebanyak 47 kali, 48 kali, 52 kali, atau 56 kali. Akan tetapi, akan mengherankan apabila munculnya sisi angka hanya 3 kali atau 5 kali. Harapan munculnya sisi angka sebanyak 50 kali dari 100 kali pelemparan uang logam disebut *frekuensi harapan*. Dalam buku ini, frekuensi harapan dinotasikan dengan *Fh*.

Frekuensi harapan dari suatu kejadian ialah harapan banyaknya muncul suatu kejadian yang diamati dari sejumlah percobaan yang dilakukan.

$$Fh = P(K) \quad N$$

dengan $P(K)$ = peluang kejadian K
N = banyaknya percobaan

Contoh 4.6

Sebuah dadu dilemparkan ke atas sebanyak 36 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya mata dadu bernomor 3?

Penyelesaian:

Misalkan, K = kejadian munculnya mata dadu bernomor 3

sehingga $P(K) = \frac{1}{6}$.

Banyaknya lemparan 36 kali.

$Fh = P(K) \times 36$

$= \frac{1}{6} \times 36$

$= 6$

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu bernomor 3 dari 36 kali pelemparan adalah 6 kali.

Jika hasil percobaan tersebut munculnya dadu bernomor 3 jauh dari harapan, hal ini mungkin disebabkan berat pada setiap mata dadu tidak sama (dadu tidak homogen).

Hal Penting

Istilah-istilah penting yang kamu temui pada bab ini adalah

- peluang kejadian
- frekuensi relatif
- titik sampel
- ruang sampel
- kejadian acak
- frekuensi harapan

Tes Kompetensi 4.2

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 100 kali. Berapakah frekuensi harapan munculnya muka dadu bernomor:
 a. 4;
 b. genap;
 c. kurang dari 5;
 d. prima.
2. Dua buah dadu dilemparkan sekaligus. Sebuah hasil yang mungkin muncul adalah (3, 4). Jika percobaan dilakukan sebanyak 250 pelemparan, berapa kali harapan munculnya muka dadu:
 a. (3, 4);
 b. berjumlah 7;
 c. bernomor sama?
3. Sebuah dadu dan dua buah mata uang logam dilemparkan bersama-sama. Kejadian yang mungkin muncul adalah (3, *A*, *G*). Jika percobaan dilakukan sebanyak 200 kali, berapa kali harapan munculnya:
 a. (3, *A*, *G*);
 b. (ganjil, *G*, *A*);
 c. (prima, *A*, *A*);
 d. (genap, *G*, *G*).
4. Peluang seorang siswa lulus ujian adalah 0,75. Jika terdapat 600 siswa yang mengikuti ujian, berapa orang yang diperkirakan akan lulus?
5. Diketahui bahwa peluang seorang penembak akan menembak tepat mengenai sasaran adalah 0,69. Di antara 100 orang penembak, berapa orang yang diperkirakan menembak tepat mengenai sasaran?
6. Diketahui di suatu desa terdapat 200 keluarga. Rata-rata jumlah anggota setiap keluarga adalah 6 orang dan jumlah orang dewasa seluruhnya 500 orang. Suatu saat, desa itu diserang suatu wabah penyakit dengan peluang terjangkit wabah bagi orang dewasa 0,3 dan bagi anak-anak 0,7. Berapa orang yang diperkirakan akan terjangkit wabah tersebut?
7. Sebuah uang logam salah satu mukanya diberi beban sehingga peluang munculnya gambar (*G*) dua kali peluang munculnya angka (*A*). Jika uang tersebut dilemparkan 100 kali, berapakah frekuensi harapan:
 a. munculnya angka (*A*);
 b. munculnya gambar (*G*).
8. Pada suatu percobaan pelemparan mata uang logam sebanyak 200 kali, ternyata muncul sisi angka (*A*) sebanyak 70 kali dan sisi gambar (*G*) sebanyak 130 kali. Mengapa hal ini terjadi? Coba kamu jelaskan.

Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. *Ruang sampel* adalah himpunan semua kejadian yang mungkin diperoleh pada suatu percobaan. Setiap anggota dari ruang sampel disebut *titik sampel*.
2. Jika setiap anggota ruang sampel S mempunyai peluang yang sama untuk muncul, peluang kejadian K S yang memiliki anggota sebanyak $n(K)$ didefinisikan sebagai berikut.
$$P(K) = \frac{n(K)}{n(S)}$$
3. Kisaran nilai peluang munculnya kejadian K adalah sebagai berikut.
$$0 \le P(K) \le 1$$
Jika $P(K) = 1$, kejadian K *pasti* terjadi.
Jika $P(K) = 0$, kejadian K *tidak mungkin* terjadi.
4. Jika L *komplemen* dari kejadian K maka berlaku
$P(K) + P(L) = 1$ atau $P(L) = 1 - P(K)$.
5. *Frekuensi harapan* munculnya kejadian K didefinisikan sebagai berikut.
$$Fh = P(K) \quad N$$

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang faktor-faktor apa saja yang menghambat pemahamanmu terhadap materi tentang Peluang.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

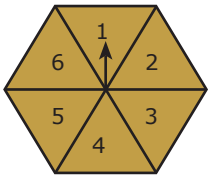
Tes Kompetensi Bab 4

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Sebuah dadu dilempar 100 kali. Dari hasil pelemparan tersebut, muncul mata dadu bernomor 3 sebanyak 17 kali dan mata dadu bernomor 5 sebanyak 18 kali. Peluang muncul mata dadu bernomor 3 atau 5 adalah
 a. $\frac{7}{20}$
 b. $\frac{17}{100}$
 c. $\frac{9}{50}$
 d. $\frac{153}{5.000}$

2. Gambar berikut memperlihatkan lempengan bernomor 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 dengan jarum penunjuknya. Jika lempengan tersebut diputar, jarum akan tetap pada posisinya. Adapun pada saat berhenti, jarum penunjuk akan menunjuk ke angka tertentu. Pada pemutaran 60 kali, jarum menunjuk ke angka 5 sebanyak 12 kali. Peluang jarum menunjuk ke angka lima adalah
 a. $\frac{1}{6}$
 b. $\frac{1}{5}$
 c. $\frac{1}{4}$
 d. $\frac{1}{3}$



3. Sebuah stoples berisi 18 butir kelereng berwarna merah, 14 butir berwarna hijau, 11 butir berwarna kuning, dan 15 butir berwarna biru. Sebuah kelereng diambil dari stoples itu secara acak. Peluang terambilnya kelereng yang *bukan* berwarna merah adalah
 a. $\frac{4}{58}$
 b. $\frac{7}{9}$
 c. $\frac{9}{29}$
 d. $\frac{20}{29}$

4. Banyaknya seperangkat kartu adalah 100 buah. Setiap kartu diberi nomor 1 sampai dengan 100. Seperangkat kartu itu dikocok, kemudian diambil secara acak. Peluang terambilnya kartu bernomor bilangan prima adalah
 a. $\frac{1}{4}$
 b. $\frac{13}{50}$
 c. $\frac{27}{100}$
 d. $\frac{7}{25}$

5. Dari pernyataan berikut yang merupakan suatu kepastian adalah
 a. Dalam 1 tahun terdapat 365 hari.
 b. Benda yang berat akan mengapung.
 c. Matahari mengelilingi Bumi.
 d. Komet Halley muncul setiap 76 tahun sekali.

6. Tiga keping uang logam dilempar bersama-sama. Peluang munculnya tiga sisi angka adalah
 a. $\frac{1}{8}$
 b. $\frac{1}{4}$
 c. $\frac{3}{8}$
 d. $\frac{1}{2}$

7. Sebuah dadu dilempar sebanyak 20 kali, ternyata muncul muka dadu bernomor 3 sebanyak 3 kali. Frekuensi relatif munculnya angka tiga adalah

a. $\frac{3}{20}$ c. 3

b. $\frac{3}{10}$ d. 60

8. Dua puluh enam kartu masing-masing diberi huruf $A, B, C, \ldots, Z$. Sebuah kartu diambil secara acak dari seperangkat kartu itu, kemudian dikembalikan. Jika dilakukan pengambilan sebanyak 50 kali, harapan terambilnya huruf vokal adalah

a. $7\frac{9}{13}$ c. $11\frac{7}{13}$

b. $9\frac{8}{13}$ d. $13\frac{6}{13}$

9. Di suatu daerah, peluang bayi terkena polio adalah 0,03 dan peluang terkena campak 0,05. Jika 1.500 bayi di daerah itu diperiksa, bayi yang terkena campak sebanyak

a. 45 orang
b. 60 orang
c. 75 orang
d. 100 orang

10. Banyak anggota ruang sampel pada pelemparan sekeping uang logam dan sebuah dadu yang dilakukan secara bersamaan adalah

a. 12 titik sampel
b. 18 titik sampel
c. 20 titik sampel
d. 24 titik sampel

11. Dari seperangkat kartu *bridge* dilakukan pengambilan secara acak sebanyak 260 kali, dan setiap kali pengambilan kartu dikembalikan. Frekuensi harapan yang terambil kartu As adalah

a. 5 kali c. 40 kali

b. 20 kali d. 60 kali

Ebtanas 1996

12. Peluang munculnya muka dadu bernomor prima pada pelemparan dadu bersisi 6 adalah

a. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{3}{6}$

b. $\frac{2}{6}$ d. $\frac{5}{6}$

Ebtanas 1998

13. Dari 300 kali pelemparan sebuah dadu, frekuensi harapan munculnya mata dadu yang merupakan faktor prima dari 6 adalah

a. 50 c. 150

b. 100 d. 200

Ebtanas 1999

14. Peluang seorang pemain basket akan melempar bola tepat masuk ring 0,7. Jika ia melempar sebanyak 70 kali, kemungkinan banyaknya bola yang tepat masuk ring adalah

a. 50 c. 10

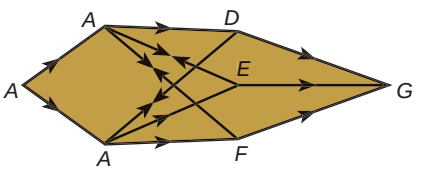
b. 49 d. $\frac{1}{7}$

15. Sebuah dadu hitam dan sebuah dadu putih dilemparkan bersamaan satu kali. Kemungkinan keluarnya jumlah 5 atau 10 dari kedua dadu itu adalah

a. $\frac{1}{9}$ c. $\frac{7}{36}$

b. $\frac{1}{12}$ d. $\frac{5}{36}$

16. Diagram berikut memperlihatkan jalan yang dapat dilalui oleh kendaraan yang bergerak dari kota *A* ke kota *G* yang melalui kota-kota *B*, *C*, *D*, *E*, dan *F*.



Ruang sampel yang dapat dilalui suatu kendaraan adalah

a. {*ABDG*, *ACDG*, *ABEG*, *ABFG*, *ABCG*, *ACFG*}
b. {*ABEG*, *ABDG*, *ABCG*, *ACBG*, *ACED*, *ACFG*}
c. {*ABDG*, *ABEG*, *ABCG*, *ACBG*, *ABDG*, *ABCG*}
d. {*ABDG*, *ABEG*, *ABFG*, *ACDG*, *ACEG*, *ACFG*}

17. Tiga mata uang dilempar sekaligus sebanyak 80 kali. Frekuensi harapan muncul dua sisi angka adalah

a. 35 kali
b. 30 kali
c. 25 kali
d. 20 kali

18. Dua buah dadu dilempar bersamaan. Kejadian yang mungkin muncul adalah mata dadu berjumlah 2, yaitu (1, 1). Artinya, muncul mata dadu bernomor 1 pada dadu pertama dan kedua. Peluang muncul dua mata dadu berjumlah bilangan prima adalah

a. $\frac{5}{18}$
b. $\frac{1}{3}$
c. $\frac{7}{18}$
d. $\frac{15}{36}$

19. Frekuensi harapan munculnya mata dadu bilangan prima pada percobaan pelemparan sebuah dadu sebanyak 300 kali adalah

a. 65 kali
b. 100 kali
c. 150 kali
d. 200 kali

Ebtanas 1993

20. Dalam suatu kardus terdapat 10 bola berwarna merah, 7 bola berwarna kuning, dan 3 bola berwarna hitam. Satu bolanya diambil secara acak ternyata berwarna merah, dan tidak dikembalikan. Jika diambil satu lagi, nilai kemungkinan bola tersebut berwarna merah adalah

a. $\frac{9}{20}$
b. $\frac{9}{19}$
c. $\frac{10}{19}$
d. $\frac{10}{20}$

Ebtanas 1987

Tes Kompetensi Semester 1

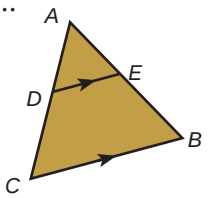
Kerjakanlah pada buku tugasmu.

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Pada segitiga ABC, $DE \parallel CB$, $AE = 25$ cm, $EB = 25$ cm, dan $CB = 60$ cm.

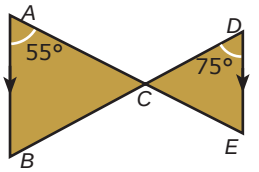
 Panjang DE adalah

 a. 20 cm
 b. 25 cm
 c. 30 cm
 d. 60 cm

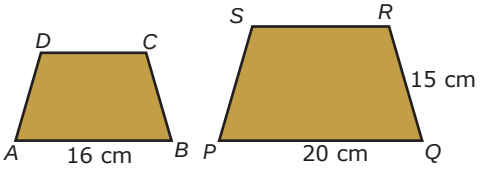


2. Pada gambar berikut, besar ABC dan ACB adalah

 a. 75° dan 55°
 b. 75° dan 50°
 c. 50° dan 55°
 d. 75° dan 55°



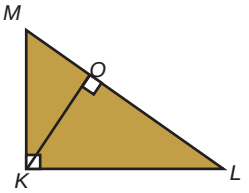
3. Jika trapesium $ABCD$ dan trapesium $PQRS$ sebangun maka panjang BC adalah



 a. 12 cm
 b. 15 cm
 c. 18 cm
 d. 16 cm

4. Pada gambar berikut panjang KM = 12 cm dan MO = 6 cm. Panjang ML adalah

 a. 12 cm
 b. 16 cm
 c. 24 cm
 d. 26 cm



5. Segitiga ABC dengan A sebesar 85° dan B sebesar 70° akan sebangun dengan

 a. PQR, $Q = 70°$, dan $P = 70°$
 b. MNO, $M = 85°$, dan $O = 20°$
 c. XYZ, $Z = 25°$, dan $X = 85°$
 d. KLM, $L = 70°$, dan $M = 35°$

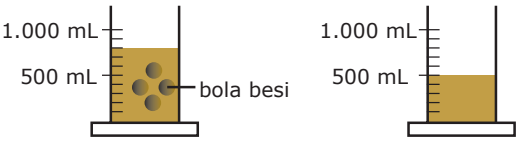
6. Diketahui sebuah tabung terbuka mempunyai tinggi 20 cm. Jika keliling lingkaran alas tabung 88 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$ maka luas permukaan tabung tersebut adalah

 a. 2.068 cm^2
 b. 1.914 cm^2
 c. 1.034 cm^2
 d. 1.188 cm^2

7. Diketahui sebuah kerucut dengan luas alas kerucut 1.386 cm^2. Jika tinggi kerucut tersebut 28 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$, luas permukaan kerucut adalah

 a. 3.696 cm^2
 b. 4.567 cm^2
 c. 3.966 cm^2
 d. 4.657 cm^2

8. Amati gambar berikut dengan saksama.

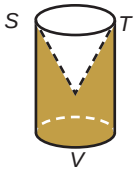


 Jari-jari bola besi adalah

a. 2,413
b. 2,516
c. 2,616
d. 2,717

9. Diketahui sebuah sumur dengan diameter 140 cm dan tinggi 12 m. Jika isi airnya $\frac{1}{4}$ volume sumur, volume air tersebut adalah $= \frac{22}{7}$
a. 462 liter
b. 4.620 liter
c. 46.200 liter
d. 462.000 liter

10. Ke dalam sebuah tabung yang berisi air (penuh) dimasukkan kerucut pejal yang diameternya sama dengan diameter tabung, yaitu 10 cm dan tinggi kerucut 6 cm, seperti ditunjukkan pada gambar berikut.



Jika volume air setelah dimasukkan kerucut pejal menjadi $1.257\frac{1}{7}$ cm^3, tinggi tabung adalah
a. 15 cm
b. 16 cm
c. 17 cm
d. 18 cm

11. Diketahui volume sebuah kerucut adalah *V*. Jika jari-jari kerucut tersebut diperbesar 3 kali jari-jari kerucut semula sedangkan tinggi kerucut tetap, volume kerucut menjadi
a. 3 *V*
b. 9 *V*
c. 6 *V*
d. 12 *V*

12. Sebuah tempat penampungan air berbentuk tabung yang diameternya 7 dm dan tingginya 0,6 m. Jika ke dalam tabung tersebut dialiri air dengan debit 2 liter/menit, waktu yang dibutuhkan untuk mengisi tabung sampai penuh adalah
a. 12 jam 24 menit
b. 15 jam 24 menit
c. 16 jam 24 menit
d. 17 jam 24 menit

13. Sebuah bola yang terbuat dari karet jari-jarinya 14 cm. Jika untuk setiap cm^2 karet, diperlukan biaya Rp25,00, besar biaya yang diperlukan untuk membuat bola tersebut adalah
a. Rp61.500,00
b. Rp75.000,00
c. Rp51.050,00
d. Rp70.500,00

14. Sebuah corong berbentuk kerucut yang penuh berisi pasir diameternya 6 m dan tingginya 3 m. Jika pasir tersebut dipindahkan ke dalam sebuah wadah berbentuk kubus dan pasir yang tersisa 1.260 liter, panjang sisi kubus adalah
a. 5 m
b. 3 m
c. 2 m
d. 7 m

15. *Mean* dari data berikut ini adalah

Nilai	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	4	5	6	4	2

a. 6,5
b. 6,6
c. 6,7
d. 7

UN 2005

16. Diketahui data sebagai berikut.

 14 12 11 13 10 1 4
 11 10 15 12 11 11

 Pernyataan dari data tersebut adalah
 (1) rataan = 12
 (2) *modus* = 11
 (3) *median* = 12

 Pernyataan yang benar adalah
 a. (1) dan (2)
 b. (2) dan (3)
 c. (1) dan (3)
 d. (1), (2), dan (3)

17. Nilai rata-rata ujian Matematika dari 50 murid adalah 6,5. Jika dua orang murid yang masing-masing mendapat nilai 8 dan 5 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata tersebut, nilai rata-rata ujian yang baru adalah
 a. 6
 b. 6,5
 c. 7
 d. 7,5

18. Diketahui data sebagai berikut.

 5 4 7 4 3 6 7

 Nilai kuartil bawah, median, dan kuartil atas dari data tersebut berturut-turut adalah
 a. 3,5; 5; 6
 b. 4; 5; 6
 c. 4; 5; 6,5
 d. 4; 5,5; 6,5

19. Sebuah dadu dilempar sebanyak 400 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu kelipatan 2 adalah
 a. 100
 b. 200
 c. 300
 d. 400

20. Dalam sebuah kotak terdapat 20 nama peserta undian yang dikemas secara seragam. Satu nama akan diambil dari kotak tersebut secara acak. Peluang setiap orang untuk bisa memenangkan undian adalah
 a. $\frac{1}{20}$
 b. $\frac{1}{10}$
 c. $\frac{1}{5}$
 d. 1



Sumber: *www6.fheberswalde.de*

Bab 5

Pangkat Tak Sebenarnya

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar serta penggunaannya dalam pemecahan masalah sederhana dengan cara mengidentifikasi sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar, melakukan operasi aljabar yang melibatkan bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar, serta memecahkan masalah sederhana yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar.

Di Kelas VII kamu telah mempelajari sifat-sifat perkalian dan pembagian bilangan bulat berpangkat bilangan bulat positif. Pada bab ini sifat-sifat tersebut akan dikembangkan sampai bilangan rasional berpangkat bilangan bulat dan bentuk akar.

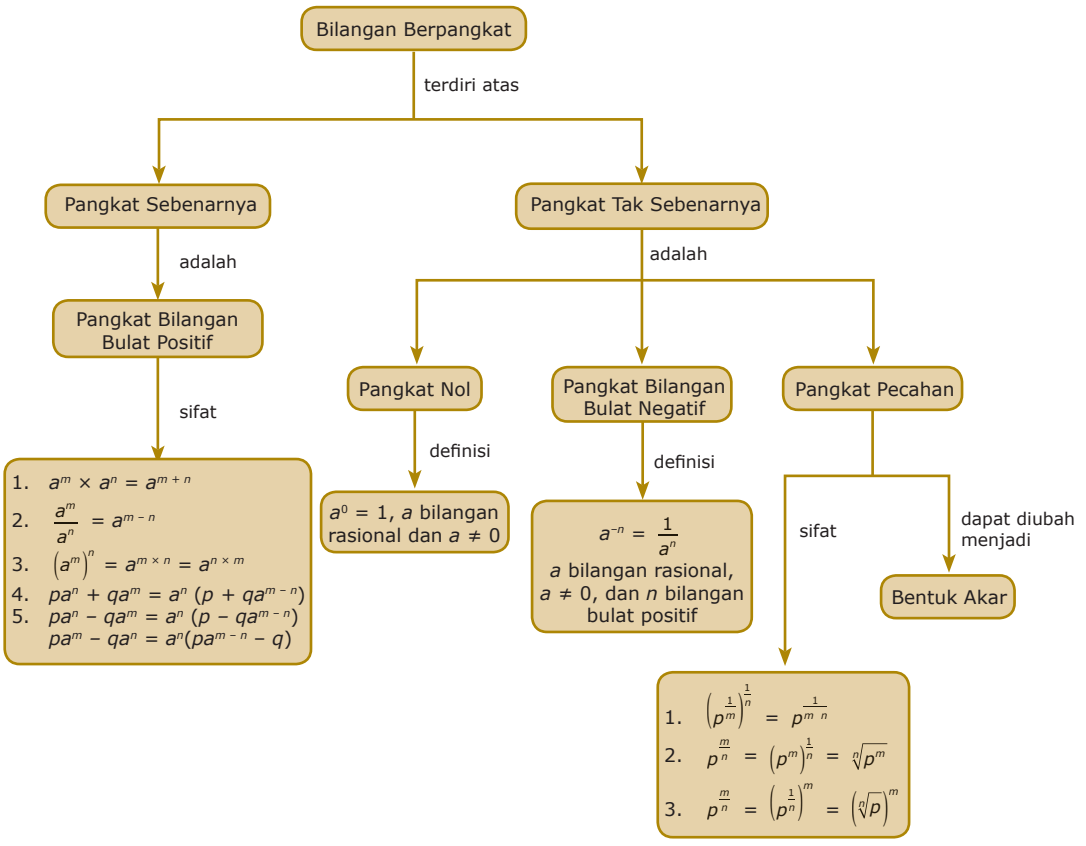
Konsep-konsep bilangan berpangkat dan bentuk akar banyak digunakan dalam bidang ilmu dan teknologi, seperti pada contoh berikut.

Jari-jari penampang melintang sebuah batang tumbuhan dikotil pada musim dingin adalah $\frac{5}{2}\sqrt{x}$ cm. Adapun pada musim panas, ukurannya menyusut $\sqrt{x}$ cm. Setelah mempelajari bab ini, kamu dapat menghitung penurunan luas penampang tumbuhan dikotil tersebut pada musim panas.

A. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat

B. Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan

Diagram Alur



Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Tentukan nilai dari bilangan berpangkat berikut.
 a. 7^2 **c.** $(-11)^2$
 b. 13^3 **d.** $(-15)^3$
2. Tentukan nilai dari akar bilangan berikut.
 a. $\sqrt{81}$ **c.** $\sqrt[3]{216}$
 b. $\sqrt{625}$ **d.** $\sqrt[3]{512}$
3. Selesaikan soal-soal berikut.
 a. $5^3 - 2^2 + (-3)^2$
 b. $8^2 - 1^3 - (-2)^3$
 c. $3^2 \times 3 \times 3^3$
 d. $(-2)^3 \times (-2)^2 \times (-2)^4$
4. Tentukan nilai dari bilangan berpangkat berikut.
 a. $(2^3)^2$
 b. $(3^2)^3$
5. Selesaikan soal-soal berikut.
 a. $(3^4)^2 - (1^5)^2$
 b. $(2^3)^2 + (2^3)^4$

A. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat

1. Bilangan Rasional

Di Kelas VII, kamu telah mempelajari konsep bilangan rasional. Agar tidak lupa, konsep tersebut akan dipelajari kembali pada bab ini. Untuk itu, pahami kembali definisi bilangan rasional berikut.

Definisi 5.1

Bilangan rasional ialah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b adalah bilangan bulat serta $b \neq 0$.

Bilangan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{7}$, dan $-\frac{5}{9}$ merupakan bilangan rasional karena memenuhi bentuk seperti pada Definisi 5.1.

Tugas untukmu

Coba kamu selidiki apakah bilangan-bilangan berikut merupakan bilangan rasional?

a. 0,5
b. 0,3333....
c. 0,16666....
d. 1,41421356237....
e. 0,08080808080808....
f. $\sqrt{3}$

Tuliskan hasil penyelidikanmu pada buku latihan, kemudian kumpulkan kepada gurumu.

2. Pengertian Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat Positif

Dalam kehidupan sehari-hari, kadang-kadang kamu harus mengalikan bilangan-bilangan berikut:

3×3

$5 \times 5 \times 5$

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

$(1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5)$

Perkalian berulang tersebut akan lebih sederhana jika ditulis dalam bentuk bilangan berpangkat, seperti berikut.

3×3 ditulis 3^2 dan dibaca "tiga pangkat dua".

$5 \times 5 \times 5$ ditulis 5^3 dan dibaca "lima pangkat tiga".

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ ditulis $(-2)^4$ dan dibaca "negatif dua pangkat empat".

Coba kamu tentukan bentuk bilangan berpangkat dari perkalian berulang $(1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5) \times (1{,}5)$.

Penulisan perkalian berulang dalam bentuk bilangan berpangkat tersebut memperjelas definisi berikut.

Definisi 5.2

Jika a bilangan rasional dan n bilangan bulat positif maka perkalian berulang n faktor dari a ialah

$\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ faktor}}$ ditulis a^n

InfoMatika

Pangkat dua dari suatu bilangan yang digit terakhirnya 5 dapat dihitung dengan rumus $n\,(n + 1) \oplus 25$
Dalam hal ini $\oplus$ berarti angka-angkanya didekatkan. Misalnya, berapa nilai dari 45^2?

45^2 berarti $n = 4$

$4\,(4 + 1) \oplus 25$

$20 \oplus 25 = 2025$

Jadi, $45^2 = 2025$

Dengan penalaran yang sama seperti perhitungan tersebut, hitunglah

a. 75^2
b. 85^2

TechnoMath

Dengan menggunakan *Calculator Scientific* tipe FX-570W kamu dapat menentukan nilai $(4,9)^3$ dengan menekan tombol-tombol berikut secara berurutan.

(4 • 9) x^3

Pada layar akan muncul tampilan



Selanjutnya, untuk mengetahui hasilnya tekan tombol =
sehingga pada layar akan muncul tampilan.



Tugas untukmu

Salin dan lengkapilah perkalian berikut.

1. $2,5^4 \times 2,5^3$

$= (2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5) \times (2,5 \times 2,5 \times 2,5)$
... faktor ... faktor

$= (2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times \ldots)$
... faktor

$= 2,5 \ldots$

2. Misalkan, a adalah bilangan rasional.

$a^3 \times a^5$

$= (a \times a \times a) \times (a \times a \times a)$
... faktor ... faktor

$= (a \times a \times a \times \ldots)$
... faktor

$= a \ldots$

Berdasarkan uraian tersebut dapatkah kamu menerka sifat umum perkalian bilangan berpangkat? Cobalah nyatakan sifat tersebut dengan kata-katamu sendiri.
Kemudian, ujilah dugaanmu untuk mengalikan 2 bilangan berpangkat sebarang.

Pada Definisi 5.2, a^n disebut bilangan berpangkat dengan a sebagai bilangan pokok dan n sebagai pangkat (eksponen).

Contoh 5.1

1. Nyatakan bilangan berpangkat berikut dalam perkalian berulang, kemudian hitunglah.
 a. 7^3
 b. $(-3)^4$
 c. $-(3^4)$
 d. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

 Penyelesaian:
 a. $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 49 \times 7 = 343$
 b. $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times 9 = 81$
 c. $-(3^4) = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -(9 \times 9) = -81$
 d. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

2. Sebuah bak mandi berbentuk kubus dan mempunyai panjang rusuk 9,2 dm. Berapa mililiter volume bak mandi tersebut?
 Penyelesaian:
 Diketahui: Panjang rusuk bak mandi (p) = 9,2 dm
 Ditanyakan: Volume bak mandi (V) dalam satuan mL.
 $V = p^3 = (9,2)^3 = 9,2 \times 9,2 \times 9,2 = 84,64 \times 9,2 = 778,688$
 Volume bak mandi itu adalah 778,688 dm^3 atau 778,688 liter.
 Diketahui 1 liter = 1000 ml sehingga
 778,688 liter = 778,688 × 1000 mL = 778.688 mL.
 Jadi, volume bak mandi tersebut adalah 778.688 mL.

3. Sifat Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat Positif

a. Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Pelajari operasi hitung berikut.

$3^3 \times 3^2 = (3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3)$
3 faktor 2 faktor

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{3+2}$
(3+2) faktor

Jadi, $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2}$.

Sekarang, lakukan Tugas untukmu di samping.

Perkalian bilangan berpangkat tersebut memperjelas sifat berikut ini.

Sifat 5.1

Jika a bilangan rasional dan m, n bilangan bulat positif maka

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Contoh 5.2

1. a. $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$
 b. $(-2)^4 \times (-2)^5 = (-2)^{4+5} = (-2)^9$
 c. $2^3 \times 3^4$ tidak dapat disederhanakan karena bilangan pokoknya tidak sama.
 d. $3y^2 \times y^3 = 3y^{2+3} = 3y^5$, dengan y = bilangan rasional.
2. Ketinggian suatu benda dapat ditentukan dengan menggunakan rumus gerak jatuh bebas, yaitu $h = \frac{1}{2}gt^2$. Dalam hal ini h = ketinggian benda, g = percepatan gravitasi bumi, dan t = waktu benda sampai jatuh ke tanah. Sebuah benda dijatuhkan dari puncak sebuah gedung. Hasil pengukuran menunjukkan bahwa waktu benda sampai jatuh ke tanah adalah 4,9 detik. Jika percepatan gravitasi bumi di tempat itu 9,8 m/det^2, berapa meterkah tinggi gedung tersebut?

 Penyelesaian:

 Diketahui: t = 4,9 detik dan g = 9,8 m/det^2

 Ditanyakan: h = ?

 $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times (4{,}9)^2 = 4{,}9 \times (4{,}9)^2$

 $= (4{,}9)^{1+2} = (4{,}9)^3 = 117{,}649$

 Jadi, tinggi gedung tersebut adalah 117,649 meter.

b. Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Pelajari operasi hitung berikut.

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{3 \times 3}_{2 \text{ faktor}}}$$

$$= \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}^{5 \text{ faktor}}}{\underbrace{3 \times 3}_{2 \text{ faktor}}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{(5-2) \text{ faktor}} = 3^{5-2}$$

Jadi, $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2}$

Selanjutnya, lakukan Tugas untukmu di samping.

Pembagian bilangan berpangkat tersebut memenuhi sifat berikut.

Sifat 5.2

Jika a bilangan rasional, $a \neq 0$, dan m, n bilangan bulat positif maka $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dengan $m > n$.

Siapa Berani?

Panjang rusuk sebuah kubus adalah 5 cm. Kemudian, panjang rusuk kubus tersebut diperpanjang menjadi 5 kali panjang rusuk semula. Berapa liter volume kubus yang baru?

Tugas untukmu

Salin dan lengkapilah pembagian bilangan berikut.

1. $\frac{2^6}{4^4} = \frac{(\ \dots\)}{(\ \dots\)}$... faktor

 $= \frac{(\ \dots\)\ (\ \dots\)}{(\ \dots\)}$... faktor

 $= 1 \times 2 \times 3 \times \dots = 2^{\dots}$... faktor

2. Misalnya, a adalah bilangan rasional.

 $\frac{a^5}{a^3} = \frac{(\ \dots\)}{(\ \dots\)}$... faktor

 $= \frac{(\ \dots\)\ (\ \dots\)}{(\ \dots\)}$... faktor

 $= 1 \times 2 \times 3 \times \dots = a^{\dots}$... faktor

Berdasarkan uraian tersebut, coba kamu terka sifat umum pembagian bilangan berpangkat. Nyatakan sifat tersebut dengan kata-katamu sendiri. Kemudian, ujilah dugaanmu untuk menghitung pembagian dua bilangan berpangkat sebarang.

Contoh 5.3

1. a. $\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 = 27$

 b. $\frac{(-5)^6}{(-5)^4} = (-5)^{6-4} = (-5)^2 = 25$

 c. $\frac{2p^5}{p^2} = 2p^{5-2} = 2p^3$

2. Percepatan sentripetal dari sebuah benda yang bergerak melingkar dirumuskan $a_s = \frac{v^2}{r}$. Dalam hal ini a_s = percepatan sentripetal bersatuan m/det^2, v = kecepatan benda bersatuan m/det, dan r = jarak benda ke pusat lingkaran bersatuan meter. Sebuah mobil bergerak di suatu tikungan yang berbentuk seperempat lingkaran dengan jari-jari 16 m. Mobil melaju dengan kecepatan tetap 57,6 km/jam. Berapa m/det^2 percepatan sentripetal mobil tersebut?

 Penyelesaian:

 Diketahui: r = 16 m

 $$v = \frac{57{,}6 \text{ km}}{\text{jam}} = \frac{57.600 \text{ m}}{3.600 \text{ det}} = 16 \text{ m/det}$$

 Ditanyakan a_s?

 $$a_s = \frac{v^2}{r} = \frac{16^2}{16} = 16^{2-1} = 16^1 = 16$$

 Jadi, percepatan sentripetalnya adalah 16 m/det^2.



Sumber: *CD Image*

Tugas untukmu

Salin dan lengkapilah perpangkatan berikut.

1. $(5^4)^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{... faktor}}$

 $= (\underbrace{5 \times 5 \times \ldots}_{\text{... faktor}})(\underbrace{5 \times 5 \times \ldots}_{\text{... faktor}})(\underbrace{5 \times 5 \times \ldots}_{\text{... faktor}})$

 $= \underbrace{5 \times 5 \times \ldots}_{\text{... faktor}} = 5^{\ldots \times \ldots}$

2. Misalnya, a adalah bilangan rasional.

 $(a^2)^4 = \underbrace{a \times a \times a}_{\text{... faktor}}$

 $= (\underbrace{a \times a \times \ldots}_{\text{... faktor}})(\underbrace{a \times a \times \ldots}_{\text{... faktor}})$

 $(\underbrace{a \times a \times \ldots}_{\text{... faktor}})(\underbrace{a \times a \times \ldots}_{\text{... faktor}})$

 $= \underbrace{a \times a \times \ldots}_{\text{... faktor}} = a^{\ldots \times \ldots}$

Kemudian, ujilah dugaanmu untuk memangkatkan bilangan berpangkat sebarang. Berdasarkan uraian tersebut, dapatkah kamu menduga sifat umum perpangkatan bilangan berpangkat? Cobalah nyatakan sifat tersebut dengan kata-katamu sendiri.

c. Sifat Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Pelajari operasi hitung berikut ini.

$(2^3)^2 = \underbrace{2^3 \times 2^3}_{\text{2 faktor}}$

$= (\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{3 faktor}})(\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{3 faktor}}) = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{(2 3) faktor}}$

$= 2^{2\times3}$

Jadi, $(2^3)^2 = 2^{2\times3} = 2^{3\times2}$

Sekarang, kerjakan Tugas untukmu di samping.

Perpangkatan bilangan berpangkat yang telah kamu pelajari tersebut memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.3

Jika a bilangan rasional dan m, n bilangan bulat positif maka

$$(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{n\times m}$$

Contoh 5.4

1. a. $(3^4)^2 = 3^{4\times2} = 3^8$

 b. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\,5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

 c. $\left((-2)^4\right)^3 = (-2)^{4\times3} = (-2)^{12}$

2. Energi kinetik (E_k) sebuah benda bermassa m kg yang bergerak dengan kecepatan v m/det dirumuskan $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

 Sebuah benda bermassa 6 kg bergerak dengan kecepatan 27 m/det. Berapa joule energi kinetik benda tersebut?

 Penyelesaian:

 Diketahui: $m = 6$ kg

 $v = 27$ m/det $= 3^3$ m/det

 Ditanyakan: E_k = ?

 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times (3^3)^2 = 3 \times 3^{3\times2} = 3 \times 3^6 = 3^7 = 2.187$

 Jadi, energi kinetiknya adalah 2.187 joule.

d. Sifat Perpangkatan dari Bentuk Perkalian

Pelajarilah operasi hitung berikut.

$(2 \times 3)^3 = \underbrace{(2 \times 3)(2 \times 3)(2 \times 3)}_{3 \text{ faktor}}$

$= \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \text{ faktor}} \underbrace{(3 \times 3 \times 3)}_{3 \text{ faktor}} = 2^3 \times 3^3$

Jadi, $(2 \times 3)^3 = 2^3 \times 3^3$.

Sekarang, kerjakan Tugas untukmu di samping.

Perpangkatan dari bentuk perkalian yang telah kamu pelajari tersebut memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.4

Jika n bilangan bulat positif dan a, b bilangan rasional maka

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Contoh 5.5

1. a. $(2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$

 b. $\{(-3) \times 2)^3 = (-3)^3 \times 2^3 = -27 \times 8 = -216$

 c. $(-3pq)^4 = (-3)^4 \times p^4 \times q^4 = 81p^4q^4$

2. Suatu alat listrik mempunyai hambatan 2×10^2 ohm dialiri arus 3×10^2 ampere selama 2 menit. Berapa joule besarnya energi listrik yang digunakan?

Tugas untukmu

Salin dan lengkapilah operasi hitung berikut.

1. $(3 \times 5)^4 = \underbrace{\quad}_{\ldots \text{ faktor}}$

 $= \underbrace{(\quad)}_{\ldots \text{ faktor}} \underbrace{(\quad)}_{\ldots \text{ faktor}}$

 $= \ldots \times \ldots$

2. Misalkan, a dan b bilangan rasional.

 $(a \times b)^5 = \underbrace{\quad}_{\ldots \text{ faktor}}$

 $= \underbrace{(\quad)}_{\ldots \text{ faktor}} \underbrace{(\quad)}_{\ldots \text{ faktor}}$

 $= \ldots \times \ldots$

Berdasarkan uraian tersebut coba kamu terka sifat umum perpangkatan dari bentuk perkalian tersebut. Nyatakan sifat itu dengan kata-katamu sendiri.

Tugas untukmu

Bersama kelompok belajarmu, coba kamu selidiki mengapa pada Sifat 5.5 nilai b tidak boleh sama dengan nol. Presentasikan hasil penyelidikanmu di depan kelas bergantian dengan kelompok yang lain.

Tugas untukmu

Salin dan lengkapilah operasi hitung berikut.

1. $\left(\frac{3}{5}\right)^{4} = \underbrace{\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)}_{\text{... faktor}}$

$\frac{(\ldots)^{\ldots}}{(\ldots)^{\ldots}} = \frac{3^{\ldots}}{5^{\ldots}}$

2. Misalkan, a dan b bilangan rasional

$\left(\frac{a}{b}\right)^{3} = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)}_{\text{... faktor}}$

$= \frac{(\ldots)^{\ldots}}{(\ldots)^{\ldots}} = \frac{a^{\ldots}}{b^{\ldots}}$

Berdasarkan uraian tersebut coba kamu terka sifat umum perpangkatan dari bentuk pembagian itu. Nyatakan sifat tersebut dengan kata-katamu sendiri.

Catatan

Sifat distributif pada bentuk aljabar adalah $a\,(b + c) = ab + ac$.

Penyelesaian:

Diketahui: $R = 2 \times 10^2$ ohm

$I = 3 \times 10^2$ ampere

$t = 2$ menit $= 120$ detik

Ditanyakan W?

$W = I^2 R\, t = (3 \times 10^2)^2 \times 2 \times 10^2 \times 120$

$= 3^2 \times (10^2)^2 \times 2 \times 10^2 \times 1{,}2 \times 10^2$

$= 9 \times 2{,}4 \times 10^4 \times 10^2 \times 10^2 = 21{,}6 \times 10^8 = 2{,}16 \times 10^9$

Jadi, energi listrik yang digunakan sebesar $2{,}16 \times 10^9$ joule.

e. Sifat Perpangkatan dari Bentuk Pembagian

Untuk memahami sifat perpangkatan dari bentuk pembagian, pelajarilah operasi hitung berikut dengan saksama.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)}_{\text{2 faktor}} = \frac{\overbrace{2 \cdot 2}^{\text{2 faktor}}}{\underbrace{3 \cdot 3}_{\text{2 faktor}}} = \frac{2^2}{3^2}$$

Jadi, $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{2^2}{3^2}$

Sekarang, kerjakan Tugas untukmu di samping.

Perpangkatan dari bentuk pembagian yang telah kamu pelajari itu memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.5

Jika a, b bilangan rasional, $b \neq 0$, dan n bilangan bulat positif maka $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^n}{b^n}$.

Contoh 5.6

1. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343}$

2. $\left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \frac{(2)^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

3. $\left(\frac{2pq}{r}\right)^{2} = \frac{2^2 p^2 q^2}{r^2} = \frac{4p^2q^2}{r^2}$

f. Sifat Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Berpangkat

Sebelum mempelajari sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan berpangkat, dapatkah kamu menyederhanakan penjumlahan bilangan berpangkat berikut?

a. $3^5 + 3^7$

b. $(-3)^3 + (-3)^5$

c. $2 \times 5^3 + 5^5$

Cocokkan hasilnya dengan jawaban berikut.

a. $3^5 + 3^7 = 3^5 (1 + 3^2)$ *(sifat distributif)*
$= 3^5 \times 10 = 10 \times 3^5$

b. $(-3)^3 + (-3)^5 = (-3)^3 (1 + (-3)^2)$ *(sifat distributif)*
$= (-3)^3 \times 10 = 10 \times (-3)^3$

c. $2 \times 5^3 + 5^5 = 5^3 (2 + 5^2)$ *(sifat distributif)*
$= 5^3 \times 27 = 27 \times 5^3$

Uraian tersebut sesuai dengan konsep penjumlahan bilangan berpangkat seperti berikut.

Sifat 5.6

Jika a, p, q adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif, dengan $m \geq n$ maka

$$pa^n + qa^m = a^n(p + qa^{m-n})$$

Konsep penjumlahan dua bilangan berpangkat tersebut berlaku juga untuk pengurangan dua bilangan berpangkat seperti berikut.

Sifat 5.7

Jika a, p, q adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif, dengan $m \geq n$ maka

$$pa^n - qa^m = a^n(p - qa^{m-n})$$
$$pa^m - qa^n = a^n(pa^{m-n} - q)$$

Contoh 5.7

1. $2^5 + 2^7 = 2^5 (1 + 2^2)$ *(sifat 5.6)*
$= 2^5 \times 5 = 5 \times 2^5$

2. $5^5 - 5^7 = 5^5 (1 - 5^2)$ *(sifat 5.7)*
$= 5^5 \times (-24) = -24 \times 5^5$

3. $3 \times 7^6 - 2 \times 7^5 = 7^5 (3 \times 7 - 2)$ *(sifat 5.6)*
$= 7^5 \times 19 = 19 \times 7^5$

4. Sifat Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat Negatif dan Nol

a. Pengertian Pangkat Bilangan Bulat Negatif

Berdasarkan Sifat 5.2, telah dipelajari bahwa untuk a adalah bilangan rasional, $a \neq 0$, dan m, n adalah bilangan bulat positif dengan $m > n$, berlaku $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

InfoMatika



Edward Waring (1743–1798)

Setiap bilangan bulat merupakan bilangan pangkat tiga dari bilangan itu sendiri atau merupakan jumlah dari beberapa bilangan pangkat tiga. Pernyataan ini diungkapkan oleh seorang matematikawan Inggris, Edward Waring, pada tahun 1770. Pernyataan tersebut dapat dibuktikan kebenarannya. Jika diambil sebarang bilangan bulat, bilangan tersebut dapat dinyatakan sebagai bilangan bulat berpangkat tiga. Misalnya,
$3 = 4^3 + 4^3 + (-5)^3$ dan
$20 = 4^3 + 4^3 + (-3)^3 + (-3)^3 + (-3)^3 + (-3)^3$.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Tugas untukmu

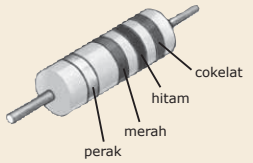
1. Gunakan Sifat 5.2 untuk menyederhanakan $\frac{a^5}{a^8}$.
2. Dengan menuliskan ke dalam bentuk faktor-faktornya, sederhanakanlah $\frac{a^5}{a^8}$.

Berdasarkan kedua langkah tersebut, apa yang dapat kamu simpulkan?

Siapa Berani?

Bilangan sempurna adalah bilangan yang jumlah seluruh faktornya sama dengan dua kali bilangan tersebut. Sebagai contoh, 28 merupakan bilangan sempurna karena jumlah seluruh faktornya sama dengan 2 × 28, yaitu
= 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28
= 56
= 2 × 28
Untuk mengetahui bilangan sempurna, salah satunya dapat menggunakan rumus $2^p (P^{p+1} - 1)$.
Dalam hal ini p merupakan bilangan prima. Coba kamu tentukan paling sedikit dua buah bilangan sempurna lainnya (selain 28) dengan menggunakan rumus tersebut.

InfoMatika



Nilai dari komponen resistor ditandai oleh sebuah sistem warna garis. Inilah cara untuk menuliskan bilangan yang besar dalam benda yang kecil. Dua garis yang pertama menunjukkan sebuah bagian dan yang ketiga mewakili operasi perkalian dengan pangkat 10. Adapun garis yang keempat menunjukkan toleransi nilai.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Sifat tersebut dapat dikembangkan untuk $m < n$. Sebagai contoh, amatilah bentuk berikut.

$$\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2} \quad \ldots (1)$$

Dengan cara menuliskan ke dalam bentuk faktor-faktornya, pembagian tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a\ a\ a}{a\ a\ a\ a\ a} = \frac{a\ a\ a}{a\ a\ a}\ \frac{1}{a\ a}$$
$$= 1 \times \frac{1}{a\ a} = \frac{1}{a^2} \quad \ldots (2)$$

Berdasarkan (1) dan (2) dapat disimpulkan bahwa $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$.

Dengan demikian, kamu dapat mengubah bilangan rasional berpangkat bilangan bulat negatif ke dalam bentuk bilangan rasional berpangkat bilangan bulat positif dan sebaliknya.

Secara umum, untuk bilangan berpangkat n, dengan n adalah bilangan bulat positif dapat ditulis seperti berikut.

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n},\ a \neq 0$$

Sekarang, amati bentuk perpangkatan berikut yang dihitung dengan menggunakan kalkulator.

- $4^{-1} = 0{,}25 = \frac{1}{4}$
- $3^{-2} = 0{,}111 \ldots = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$
- $2^{-3} = 0{,}125 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

Uraian tersebut memenuhi definisi bilangan rasional berpangkat bilangan *bulat negatif* seperti definisi berikut.

Definisi 5.3

Jika a bilangan rasional, $a \neq 0$, dan n adalah bilangan bulat positif maka $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Contoh 5.8

Ubahlah bentuk pangkat berikut menjadi bentuk pangkat positif.

a. 5^{-2} b. 2^{-3}

Penyelesaian:

a. $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ b. $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

Sifat pangkat bilangan bulat positif dari Sifat 5.1 sampai dengan Sifat 5.5 berlaku juga untuk bilangan berpangkat bilangan bulat negatif, dengan a, b adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat negatif. Coba kamu tuliskan kelima sifat tersebut di buku tugasmu.

Contoh 5.9

a. $5^{-4} \times 5^{6} = 5^{-4+6} = 5^{2} = 5 \times 5 = 25$

b. $\dfrac{(3)^2}{(3)^4} = (-3)^{2-4} = (-3)^{-2} = ((-3)^{-1})^2 = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

$= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{9}$

b. Pengertian Pangkat Nol

Kamu telah mempelajari Sifat 5.2 bilangan rasional berpangkat bilangan bulat positif dan negatif, yaitu $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, dengan a bilangan rasional, m dan n adalah bilangan bulat, $m \neq 0$, $n \neq 0$, serta $m \neq n$. Sekarang, amati sifat tersebut untuk $m = n$.

Sebagai contoh, $\dfrac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0$... (1)

Dengan cara menuliskan ke dalam bentuk faktor-faktornya, pembagian tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$\dfrac{a^5}{a^5} = \dfrac{a\ a\ a\ a\ a}{a\ a\ a\ a\ a} = 1$... (2)

Berdasarkan (1) dan (2) dapat disimpulkan bahwa $a^0 = 1$.

Uraian tersebut memenuhi konsep bilangan berpangkat nol seperti definisi berikut.

Definisi 5.4
$a^0 = 1$, dengan a bilangan rasional dan $a \neq 0$

Sifat 5.1 sampai dengan Sifat 5.5 yang telah kamu pelajari pada bagian 3 berlaku juga untuk bilangan berpangkat nol, dengan $m = n = 0$, a adalah bilangan rasional, dan $a \neq 0$. Coba tuliskan kelima sifat tersebut.

Contoh 5.10

Hitunglah bentuk perpangkatan bilangan rasional berikut.

1. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3$
2. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$
3. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2^2}$

Siapa Berani?

1. Ubahlah bentuk pangkat berikut menjadi bentuk pangkat positif.
 a. 10^{-7}
 b. $(-2)^{-3}$
 c. $(-8)^{-2}$
 d. 7^{-15}
2. Selesaikan soal berikut. Kemudian, ubahlah hasilnya ke bentuk pangkat negatif.
 a. $(5)^2 (5)^{5^2}$
 b. $\dfrac{(2)^4 (2)^1}{(2)^2 (2)^2}$
 c. $\dfrac{(7)^2 : (7)^3}{(7)^3}$

Tugas untukmu

Pada Definisi 5.4, disebutkan bahwa $a^0 = 1$. Selidiki mengapa hal tersebut berlaku untuk a bilangan rasional dan $a \neq 0$? Bagaimana jika $a = 0$? Tulis hasil penyelidikanmu pada buku tugasmu, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Siapa Berani?

Ubahlah bentuk pangkat berikut menjadi bentuk pangkat positif.

a. $\left(\dfrac{5}{7}\right)^4$
b. $\left(\dfrac{2}{9}\right)^5$
c. $(0{,}1)^{-2}$
d. $(0{,}15)^{-1}$

Penyelesaian:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\ \frac{2}{3}\ \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{3+(2)} = \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{2}{5}$

3. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2\ 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2\ 2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

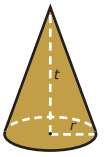
Tes Kompetensi 5.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Hitunglah:
 a. $3^{-5} \times 3^3 : 3^{-4}$
 b. $\frac{2^4\ \ 2^2}{2^1\ \ 2^5}$
 c. $(0{,}25)^{-2} \times (0{,}25)^4$
 d. $(2 \times 7)^3 \times 7^2 \times \frac{1}{2\ \ 7^5}$
 e. $\frac{3^0\ \ 5^2}{5^2}^{2\ \ 3}$

2. Hitunglah $\frac{5^{\ 2}\ \ 7^{\ 2}}{5^{\ 1}\ \ 7^{\ 1}}$ dan nyatakan hasilnya dalam bentuk yang paling sederhana.

3. Volume sebuah kerucut dinyatakan dengan rumus $V = \frac{1}{3} r^2 t$, dengan r = jari-jari alas kerucut dan t = tinggi kerucut.



 Jika $r = \frac{1}{2} d$, dalam hal ini d = diameter alas kerucut, nyatakan:
 a. V dalam d, dan t;
 b. t dalam V, dan r;
 c. d dalam V, dan t;
 d. t dalam V, dan d.

4. Hambatan total R dari sebuah rangkaian seri paralel ditentukan oleh persamaan

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)^{1}$$

 Tentukan R jika $R_1 = \frac{1}{2}$, $R_2 = \frac{1}{2^2}$, $R_3 = 2^3$, dan $R_4 = 2^2$.

5. Diketahui produksi semen (x) sebuah pabrik memenuhi persamaan

$$x = 5 \times 2^{-4} \times t^2 \times 10^6$$

 dengan t bilangan bulat positif yang menyatakan waktu berjalan dalam tahun. Jika keuntungan perusahaan dinyatakan oleh p dari persamaan $\frac{p}{x} = 2^{-5} \times 10^5$, berapakah keuntungan perusahaan yang diperoleh selama 3 tahun?

6. Gunakanlah Sifat 5.6 dan 5.7 untuk menyederhanakan bilangan berpangkat berikut.
 a. $2 \times 8^5 + 5 \times 8^6$
 b. $2 \times 7^5 + 3 \times 7^4$
 c. $3 \times (-5)^6 - 2 \times (-5)^5$
 d. $5 \times 11^3 - 7 \times 11^4$

7. Hambatan sebuah alat listrik (R) bersatuan ohm dirumuskan $R = \frac{V^2}{P}$. Dalam hal ini V = tegangan listrik bersatuan volt, dan P = daya listrik bersatuan watt. Pada sebuah alat listrik tertulis 220 volt, 220 watt. Berapa ohm hambatan alat listrik tersebut?

8. Besarnya energi listrik yang digunakan pada sebuah alat listrik dirumuskan $W = I^2Rt$. Dalam hal ini W = energi listrik bersatuan joule, I = kuat arus listrik

bersatuan ampere, R = hambatan listrik bersatuan ohm, dan t = waktu bersatuan detik. Suatu alat listrik mempunyai hambatan 3×10^2 ohm dialiri arus 10^2 ampere selama 5 menit. Berapa joule besarnya energi listrik yang digunakan?

9. Sebuah penampungan air berbentuk kubus dengan panjang rusuk $1{,}5 \times 10^3$ cm. Berapa liter volume penampungan air tersebut?

10. Panjang sebuah karet gelang () dirumuskan sebagai berikut.

$\square = (4a^{-3})^{-3} \left(\frac{2^5}{(a \quad 9)^4}\right)^2$

dengan a merupakan bilangan 1, 2, 3, 4, dan 5 yang menyatakan jenis karet gelang. Jenis karet gelang manakah yang memiliki ukuran terpanjang?

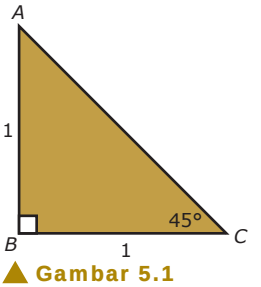
B. Bentuk Akar dan Pangkat Pecahan

1. Bilangan Real

Di Subbab A kamu telah mempelajari konsep bilangan rasional. Agar kamu lebih memahami konsep bilangan rasional, coba kamu selidiki apakah bilangan-bilangan berikut merupakan bilangan rasional?

a. -3 c. 0, 13245814
b. 0,252525 d.

Sekarang, pelajarilah Gambar 5.1.



Gambar 5.1

Gambar tersebut memperlihatkan sebuah segitiga siku-siku istimewa dengan besar sudut lancipnya 45° dan panjang sisi siku-sikunya 1 satuan panjang.

Panjang sisi AC dapat ditentukan dengan menggunakan *Dalil Pythagoras* seperti berikut.

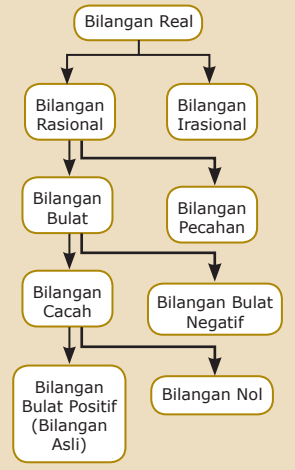
$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \times AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Jadi, panjang sisi AC adalah $\sqrt{2}$ satuan panjang.

Amati bilangan $\sqrt{2}$ tersebut. Dengan menggunakan kalkulator, akan diperoleh nilai $\sqrt{2} = 1{,}414213562....$ Apakah $\sqrt{2}$ merupakan bilangan rasional? Coba kamu cari nilai-nilai a dan b agar $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, dalam hal ini a dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Ternyata, tidak ada nilai a dan b yang memenuhi $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$, sehingga $\sqrt{2}$ bukan bilangan rasional. Jadi, $\sqrt{2}$ merupakan bilangan irasional. Gabungan dari himpunan bilangan rasional dan himpunan bilangan irasional merupakan himpunan *bilangan real*.

Catatan

Hubungan antara macam-macam bilangan dapat disajikan seperti diagram berikut.



2. Pengertian Bentuk Akar

Untuk memahami pengertian bentuk akar, pelajarilah perhitungan-perhitungan berikut ini.

$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$ $\quad\quad$ $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ $\quad\quad$ $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

Berapakah $\sqrt{36}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{64}$, dan $\sqrt{81}$?

Perhitungan akar pangkat bilangan tersebut memenuhi definisi berikut.

Definisi 5.5

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, \text{ bila } a \geq 0 \\ a, \text{ bila } a < 0 \end{cases}$$

Amati contoh-contoh berikut.

1. Misalkan, $a = 2$ $(a > 0)$
 Nilai $\sqrt{a^2} = \sqrt{2^2} = 2$
2. Misalkan, $a = -2$ $(a < 0)$
 Nilai $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-2)^2} = -(-2) = 2$

Sekarang, adakah akar pangkat yang tidak memenuhi?

Akar pangkat bilangan yang tidak memenuhi Definisi 5.5 dinamakan *bentuk akar*, seperti $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, dan $\sqrt{8}$. Bentuk akar tersebut merupakan *bilangan irasional*.

3. Menyederhanakan Bentuk Akar

Sebuah bentuk akar dapat disederhanakan menjadi perkalian dua buah akar pangkat bilangan, dengan salah satu akar pangkat bilangan memenuhi Definisi 5.5. Amati dan pelajari contoh berikut.

$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Berdasarkan perhitungan tersebut, dapatkah kamu menemukan sifat berikut?

Sifat 5.8

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b},$$

dengan a dan b adalah bilangan rasional positif.

Contoh 5.11

1. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
2. $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

Siapa Berani?

Bentuk $\sqrt{4x^2}$ dengan $x \geq 0$ dapat merupakan bentuk akar atau bukan bentuk akar. Tentukan paling sedikit dua nilai x agar bentuk tersebut merupakan

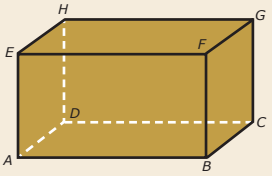
a. bentuk akar,
b. bukan bentuk akar.

Tugas untukmu

Bentuk akar hanyalah sebagian kecil dari anggota-anggota himpunan bilangan irasional. Contoh bilangan irasional yang bukan bentuk akar yaitu π dan e. Carilah informasi mengenai bilangan π dan e. Kemudian, buatlah laporan dari tugas tersebut dan kumpulkan.

Siapa Berani?

Perhatikan balok berikut.



Diketahui $AB = 8$ cm, $BC = 4$ cm, dan $CG = 6$ cm. Hitunglah panjang diagonal sisi AC dan diagonal ruang AG dalam bentuk akar yang paling sederhana.

4. Operasi Aljabar pada Bentuk Akar

a. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Akar

Di buku Kelas VII Bab 3, kamu telah mempelajari penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar, misalnya

$2x + 3x = (2 + 3)x = 5x$... (1)

$5y - 2y = (5 - 2)y = 3y$... (2)

Konsep tersebut berlaku juga untuk bentuk akar, misalnya

$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2 + 3)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$... (3)

$5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (5 - 2)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$... (4)

Berdasarkan kedua contoh tersebut dapatkah kamu menerka sifat umum penjumlahan dan pengurangan bentuk akar? Nyatakan sifat tersebut dengan kata-katamu sendiri.

Penjumlahan dan pengurangan bentuk akar tersebut memperjelas sifat berikut.

Sifat 5.9

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$
$$a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$$

dengan a, b, c adalah bilangan rasional dan $c \geq 0$.

Siapa Berani?

Hitunglah operasi bentuk akar berikut dengan terlebih dahulu menyederhanakan bentuk akarnya.

a. $\sqrt{2} + \sqrt{32}$
b. $\sqrt{6} + \sqrt{54} - \sqrt{250}$
c. $\sqrt{32} - \sqrt{2} + \sqrt{8}$
d. $4\sqrt{3} - (\sqrt{27} + \sqrt{12})$

Contoh 5.12

1. $4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (4 + 3 - 2)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
2. $3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ (Tidak dapat dijumlahkan karena tidak memenuhi aturan penjumlahan bentuk akar)

b. Perkalian Bentuk Akar

Dengan menggunakan Sifat 5.8, kamu dapat menghitung perkalian bentuk akar berikut.

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$

$5\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} = 5 \times 6 \times \sqrt{3 \times 2} = 30\sqrt{6}$

Ketiga perkalian tersebut memenuhi sifat perkalian bentuk akar, yang secara umum ditulis seperti berikut.

Sifat 5.10

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$

dengan a, b, c, d adalah bilangan rasional, $b \geq 0$, dan $d \geq 0$.

Siapa Berani?

Sederhanakan bentuk akar berikut.

a. $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$
b. $(\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7})$
c. $(\sqrt{7} + \sqrt{12})^2$
d. $(\sqrt{10} - \sqrt{8})^2$
e. $(\sqrt{7} + \sqrt{12})^2$

Contoh 5.13

Sederhanakan bentuk-bentuk berikut.

a. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}\ \ \sqrt{2})$ b. $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

Penyelesaian:

a. Ingat perkalian suku dua.

$(a + b)\ (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$

Oleh karena itu,

$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}\ \ \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2\ \ \sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{2}\sqrt{3}\ \ (\sqrt{2})^2$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 3 - 2 = 1$

b. Ingat, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Oleh karena itu,

$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$= \sqrt{5} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{15} + \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$

Siapa Berani?

Sederhanakan bentuk akar berikut.

a. $\frac{20\sqrt{50}}{4\sqrt{2}}$

b. $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{12}}\ \ \frac{\sqrt{252}}{\sqrt{14}}$

c. $\frac{2\sqrt{27}}{\sqrt{18}}\ \ \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{24}}$

c. Pembagian Bentuk Akar

Untuk memahami pembagian bentuk akar, amati dan pelajarilah uraian berikut.

1. $\sqrt{100} : \sqrt{4} = 10 : 2 = 5 = \sqrt{100 : 4} = \sqrt{25} = 5$
2. $\sqrt{36} : \sqrt{9} = 6 : 3 = 2 = \sqrt{36 : 9} = \sqrt{4} = 2$

Berdasarkan uraian tersebut, diperoleh hubungan berikut.

1. $\sqrt{100} : \sqrt{4} = \sqrt{100 : 4} = 5$
2. $\sqrt{36} : \sqrt{9} = \sqrt{36 : 9} = 2$

Perhitungan tersebut menggambarkan sifat pembagian dalam bentuk akar seperti berikut.

Sifat 5.11

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ atau } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

dengan a dan b adalah bilangan rasional, $a \geq 0$, dan $b > 0$.

Tugas untukmu

Pada Sifat 5.11, dituliskan persamaan $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ dengan a dan b bilangan rasional, $a \geq 0$, dan $b > 0$. Selidikilah bagaimana jika a dan b negatif? Berilah beberapa contoh, lalu amati. Kemudian, tuliskan hasil penyelidikanmu pada buku tugasmu dan kumpulkan pada gurumu.

Contoh 5.14

a. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$ b. $\frac{6\sqrt{15}}{3\sqrt{3}} = \frac{6}{3}\sqrt{\frac{15}{3}} = 2\sqrt{5}$

5. Merasionalkan Penyebut Suatu Pecahan

Kamu telah mempelajari bahwa bentuk akar merupakan bilangan irasional, seperti $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, dan $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. Pecahan bentuk akar merupakan bilangan irasional juga Misalnya $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{5+\sqrt{2}}$, $\frac{3}{6\ \sqrt{3}}$, $\frac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$, dan $\frac{1}{\sqrt{5}\ \ \sqrt{3}}$.

Penyebut pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional. Cara merasionalkan setiap penyebut berlainan. Akan tetapi, prinsip dasarnya sama, yaitu mengalikan penyebut-penyebut tersebut dengan *pasangan bentuk akar sekawannya* sehingga diperoleh penyebut bilangan rasional.

Berdasarkan contoh pecahan-pecahan bentuk akar tersebut, secara umum bentuk akar yang dapat dirasionalkan, yaitu $\frac{a}{\sqrt{b}}$, $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$, $\frac{c}{a\ \ \sqrt{b}}$, $\frac{c}{\sqrt{b}+\sqrt{d}}$, dan $\frac{c}{\sqrt{b}\ \ \sqrt{d}}$, dengan a, b, c, dan d adalah bilangan rasional dan $b > 0$, $d > 0$.

Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut berturut-turut $\sqrt{b}, a+\sqrt{b}, a\ \ \sqrt{b}, \sqrt{b}+\sqrt{d}$, dan $\sqrt{b}\ \ \sqrt{d}$. Apakah bentuk sekawan dari setiap penyebut itu?

a. Bentuk sekawan dari $\sqrt{b}$ adalah $\sqrt{b}$.
b. Bentuk sekawan dari $a+\sqrt{b}$ adalah $a-\sqrt{b}$.
c. Bentuk sekawan dari $\sqrt{b}+\sqrt{d}$ adalah $\sqrt{b}-\sqrt{d}$.

Perkalian bentuk akar dengan sekawannya akan menghasilkan bilangan rasional.

Berikut ini perkalian bentuk akar dengan pasangan sekawannya yang menghasilkan bilangan rasional.

a. $\sqrt{b} \times \sqrt{b} = \left(\sqrt{b}\right)^2 = b$
b. $\left(a+\sqrt{b}\right)\left(a\ \ \sqrt{b}\right) = a^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2 = a^2 - b$
c. $\left(\sqrt{b}+\sqrt{d}\right)\left(\sqrt{b}\ \ \sqrt{d}\right) = \left(\sqrt{b}\right)^2 - \left(\sqrt{d}\right)^2 = b - d$

dengan b, $a^2 - b$, dan $b - d$ adalah bilangan rasional.

Sampai saat ini, kamu telah mempelajari perkalian penyebut pecahan bentuk akar dengan pasangan sekawannya sehingga diperoleh penyebut bilangan rasional. Sekarang, kamu akan mempelajari bagaimana penerapannya dalam merasionalkan penyebut dari pecahan bentuk akar. Secara umum, pecahan bentuk akar yang dapat dirasionalkan penyebutnya adalah $\frac{a}{\sqrt{b}}, \frac{c}{a+\sqrt{b}}, \frac{c}{a\ \ \sqrt{b}}, \frac{c}{\sqrt{b}+\sqrt{d}}$, dan $\frac{c}{\sqrt{b}\ \ \sqrt{d}}$.

InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat: *manajemen.klanis.or.id/warehouse/bab%2021%20bilangan%20pangkat.doc*

Pecahan tersebut masing-masing dirasionalkan dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan bentuk akar sekawan dari penyebutnya, yaitu sebagai berikut.

a. $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$ *Ingat*, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = 1$

$= \frac{a\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b} = \frac{a}{b}\sqrt{b}$

b. $\frac{c}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ *Ingat*, $\frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = 1$

$= \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b} = \frac{c}{a^2-b}(a-\sqrt{b})$

c. $\frac{c}{a-\sqrt{b}} = \frac{c}{a-\sqrt{b}} \cdot \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a^2-b}(a+\sqrt{b})$

d. $\frac{c}{\sqrt{b}+\sqrt{d}} = \frac{c}{\sqrt{b}+\sqrt{d}} \cdot \frac{\sqrt{b}-\sqrt{d}}{\sqrt{b}-\sqrt{d}} = \frac{c}{b-d}(\sqrt{b}-\sqrt{d})$

e. $\frac{c}{\sqrt{b}-\sqrt{d}} = \frac{c}{\sqrt{b}-\sqrt{d}} \cdot \frac{\sqrt{b}+\sqrt{d}}{\sqrt{b}+\sqrt{d}} = \frac{c}{b-d}(\sqrt{b}+\sqrt{d})$

Uji Kecerdikan

Kerjakan soal-soal berikut. Kemudian, pasangkan hasilnya dengan jawaban yang bersesuaian dengan cara menuliskan huruf-huruf soal pada kotak yang tersedia. Jika kamu menjawab dengan benar, kamu akan memperoleh kalimat pernyataan dari seorang matematikawan Jerman, Carl Friedrich Gauss.

A.	$3^4 \times 3^{-6}$	3
		16/81
E.	$\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$	−125
		1/9
H.	$(-5)^3$	1/6
I.	$\left(4^{\frac{2}{3}}\right)^6$	−3
		4
K.	$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4$	−3
		1/9
		1/4
M.	$\sqrt[3]{27}$	1/9
		256
N.	$4 : 4^4$	
		1/9
R.	$\left(2 \diamond \sqrt[3]{5}\right)^3$	40
		256
T.	$\left(\sqrt{3}\right)^2$	3
		−3
U.	$\left(\frac{2}{3}\right)^4$	4
		3

Contoh 5.15

Sederhanakan penyebut pecahan-pecahan berikut dengan merasionalkan penyebutnya.

a. $\frac{10}{\sqrt{5}}$ b. $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Penyelesaian:

a. $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$

b. $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$= \frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} = 2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

6. Pangkat Pecahan

Kamu telah mempelajari bilangan rasional berpangkat bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif. Selanjutnya, kamu akan mempelajari bilangan berpangkat pecahan. Misalkan,

pandanglah persamaan $9^n = 3$. Ini berarti 9 dipangkatkan n sama dengan 3. Selain itu, $9^n = 3$ dapat juga ditulis dalam bentuk $(3^2)^n = 3 \times 3^{2n} = 3^1$

Artinya, $2n = 1$ atau $n = \frac{1}{2}$. Jadi, jika $9^n = 3$, sama artinya dengan $9^{\frac{1}{2}} = 3$.

Pada bentuk $9^{\frac{1}{2}}$, bilangan $\frac{1}{2}$ adalah eksponen pecahan. Bilangan $9^{\frac{1}{2}}$ dinamakan bilangan berpangkat pecahan. Sebelumnya, kamu telah mengetahui bahwa $\sqrt{9} = 3$ dan $9^{\frac{1}{2}} = 3$. Jadi, $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$.

Secara umum, jika $a^n = p$ dengan a, p adalah bilangan real dan n adalah bilangan bulat, dengan $n > 0$ maka $a = p^{\frac{1}{n}}$.

Definisikan $a = \sqrt[n]{p}$ (dibaca: "a adalah akar pangkat n dari p"). Pada definisi tersebut berlaku ketentuan berikut.

(i) p merupakan bilangan real positif dan nol untuk n bilangan genap.

(ii) p merupakan semua bilangan real untuk n bilangan ganjil.

Contoh: Jika $125^k = 5$ maka

$(5^3)^k = 5 \quad 5^{3k} = 5^1 \quad 3k = 1 \quad k = \frac{1}{3}$

Jadi, $125^{\frac{1}{3}} = 5$, atau $\sqrt[3]{125} = 5$.

Dengan menggunakan pengembangan Sifat 5.3, kamu dapat menentukan hubungan antara akar pangkat suatu bilangan dan bilangan berpangkat pecahan seperti berikut.

$$p^{\frac{1}{n}\ n} = p^{\frac{1}{n}\ n} = p^{\frac{n}{n}} = p^1 = p$$

$$p^{\frac{1}{n}\ n} = p$$

$p^{\frac{1}{n}}$ adalah akar pangkat n dari p atau dituliskan $\sqrt[n]{p} = p^{\frac{1}{n}}$.

$p^{\frac{1}{n}}$ disebut bilangan berpangkat pecahan.

Pada $p^{\frac{1}{n}}$ berlaku ketentuan berikut.

(i) p merupakan bilangan real positif dan nol, untuk n bilangan genap.

(ii) p merupakan semua bilangan real untuk n bilangan ganjil.

Secara umum, untuk bilangan berpangkat pecahan, berlaku sifat berikut.

Catatan

- *Bilangan berpangkat tak sebenarnya* meliputi, bilangan berpangkat nol, bilangan berpangkat bilangan bulat negatif, dan bilangan berpangkat pecahan seperti

 2^{-3}, 5^{-2}, 3^0, 5^0, $3^{\frac{2}{3}}$, $3^{\frac{1}{2}}$

 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$, dan $\left(8\right)^{\frac{1}{3}}$.

- Bilangan berpangkat bilangan bulat positif disebut juga *bilangan berpangkat sebenarnya*, seperti

 2^3, $(-3)^2$, $\left(\frac{1}{2}\right)^5$, $(0{,}2)^3$,

 $\left(\frac{2}{5}\right)^{10}$, dan $\left(\frac{1}{3}\right)^3$.

Uji Kecerdikan

Penjualan sepeda motor pada suatu *dealer* mengikuti persamaan $p = \frac{1.000}{\sqrt{2}} t^{\frac{3}{2}}$.

Dalam hal ini, t adalah bilangan bulat positif yang menyatakan waktu dalam tahun.

a. Hitung banyaknya sepeda motor yang terjual pada tahun ke-4.

b. Apakah penjualan terus meningkat dari tahun ke tahun? Jika ya, bagaimana pendapatmu mengenai dampaknya terhadap lingkungan?

Hal Penting

- eksponen
- polinem
- bilangan berpangkat
- pangkat negatif
- pangkat pecahan
- bentuk akar

Sifat 5.12

$$\left(p^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = p^{\frac{1}{m \; n}}$$

Sifat 5.13

$$p^{\frac{m}{n}} = p^{m \times \frac{1}{n}} = \left(p^{m}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{p^{m}}$$

Sifat 5.14

$$p^{\frac{m}{n}} = p^{\frac{1}{n} \times m} = \left[p^{\frac{1}{n}}\right]^{m} = \left(\sqrt[n]{p}\right)^{m}$$

Berdasarkan Sifat 5.13 dan 5.14, terlihat bahwa

$$p^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{p^{m}} = \left(\sqrt[n]{p}\right)^{m}$$

Contoh 5.16

1. Sederhanakanlah bentuk-bentuk akar berikut.

 a. $\sqrt[3]{8}$ b. $2^{\frac{5}{3}}$

 Penyelesaian:

 a. $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$

 b. $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8 \quad 4} = \sqrt[3]{8} \quad \sqrt[3]{4}$

 $= 2^{\frac{3}{3}} \quad \sqrt[3]{4} = 2 \times \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

2. Ubahlah bentuk akar berikut menjadi pangkat pecahan.

 a. $\sqrt[3]{5^2}$ b. $\sqrt[5]{81}$

 Penyelesaian:

 a. $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$ b. $\sqrt[5]{81} = \sqrt[5]{3^4} = 3^{\frac{4}{5}}$

3. Ubahlah pangkat pecahan berikut menjadi bentuk akar.

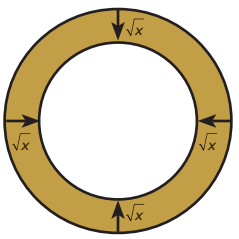
 a. $12^{\frac{3}{4}}$ b. $6^{\frac{1}{3}}$ c. $2^{\frac{3}{2}}$

 Penyelesaian:

 a. $12^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{12^3}$ c. $2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^3} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

 b. $6^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$

Contoh 5.17



Jari-jari penampang melintang sebuah batang tumbuhan dikotil pada musim dingin adalah $\frac{5}{2}\sqrt{x}$ cm. Adapun pada musim panas, ukurannya tersebut menyusut sejauh $\sqrt{x}$ cm, seperti pada gambar di samping. Hitunglah penurunan luas penampang tumbuhan dikotil tersebut pada musim panas.

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan soal tersebut.

Diketahui: Jari-jari batang mula-mula = $r_1 = \frac{5}{2}\sqrt{x}$ cm

Jari-jari batang setelah menyusut $r_2 = \frac{5}{2}\sqrt{x} \quad \sqrt{x}$ cm

Ditanyakan: Penurunan luas penampang (L)

Langkah 2

Menentukan konsep yang akan digunakan untuk menjawab soal. Pada soal ini, konsep yang digunakan adalah luas daerah lingkaran dan operasi pada bentuk akar.

Langkah 3

Menyelesaikan soal.

L = Luas mula-mula – Luas batang setelah menyusut

$= \pi r_1^{\,2} - \pi r_2^{\,2} = \left(\frac{5}{2}\sqrt{x}\right)^2 \left(\frac{5}{2}\sqrt{x} \quad \sqrt{x}\right)^2$

$= \frac{25}{4}x \left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2 = \frac{25}{4} \; x \; \frac{9}{4} \; x = \frac{16}{4}\pi x = 4\pi x$

Jadi, penurunan luas penampang tumbuhan tersebut = $4\pi x$ cm^2.

Langkah 4

Memeriksa kembali jawaban yang telah diperoleh.

Oleh karena $L = \pi r_1^{\,2} - \pi r_2^{\,2}$ maka

$L + \pi r_2^{\,2} = 4\pi x + \left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2 = 4\pi x + \frac{9}{4}x$

$= \frac{16}{4} + \frac{9}{4} \quad x = \frac{25}{4} \quad x = \left(\frac{5}{2}\sqrt{x}\right)^2 = \pi r_1^{\,2}$

Jadi, jawaban $L = 4\pi x$ cm^2 tersebut benar karena $L + \pi r_2^{\,2} = \pi r_1^{\,2}$.

Siapa Berani?

1. Sederhanakanlah soal-soal berikut.
 a. $\sqrt[3]{8}$
 b. $\sqrt[5]{81}$
 c. $\sqrt[3]{125}$
 d. $\sqrt[8]{256}$
 e. $\sqrt[3]{8}$
 f. $\left(\sqrt[5]{4^2}\right)^{10}$
 g. $\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^{\frac{1}{2}}$
2. Ubahlah bentuk akar berikut menjadi pangkat pecahan.
 a. $\sqrt{11}$ c. $\sqrt[3]{13}$
 b. $\sqrt[3]{16^2}$ d. $\sqrt[3]{32^2}$
3. Ubahlah pangkat pecahan berikut menjadi bentuk akar.
 a. $2^{\frac{1}{2}}$ c. $11^{\frac{2}{5}}$
 b. $7^{\frac{2}{3}}$

Tes Kompetensi 5.2

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Sederhanakan bentuk akar berikut.
 a. $\sqrt{48}$ c. $\sqrt{72}$
 b. $\sqrt{54}$ d. $\sqrt{80}$
2. Hitunglah operasi-operasi berikut.
 a. $2\sqrt{6} \quad \sqrt{3} + 3\sqrt{6}$
 b. $2\sqrt{3} \quad 3\sqrt{7}$
 c. $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}$
 d. $\frac{8\sqrt{90}}{6\sqrt{5}}$
3. Sederhanakan pecahan bentuk akar berikut dengan merasionalkan penyebutnya.
 a. $\frac{3}{\sqrt{6}}$ c. $\frac{8}{3+\sqrt{21}}$
 b. $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ d. $\frac{4}{7 \quad \sqrt{11}}$
4. Nyatakan soal-soal berikut dalam bentuk akar yang paling sederhana.
 a. $32^{\frac{1}{10}}$
 b. $27^{\frac{5}{6}}$

5. Sederhanakanlah soal-soal berikut dan nyatakan hasilnya dalam bentuk bilangan berpangkat rasional positif.
 a. $7^{\frac{2}{3}} \quad 7^{\frac{1}{2}}$
 b. $4^{\frac{1}{2}} \quad 4^{\frac{3}{2}}$
 c. $(-5) \times (\ 5)^{\frac{2}{3}}$
 d. $8^{\frac{1}{4}} \quad 2^{\frac{3}{2}}$
6. Amati persamaan berikut.

 $$\frac{1}{a^3} \quad \frac{1}{b^3}^{\frac{1}{3}}$$

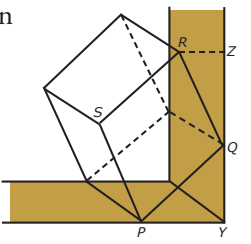
 Ubahlah persamaan tersebut dalam bentuk yang paling sederhana, tanpa menggunakan pangkat bilangan negatif.
7. Hitunglah $p + q$, $p - q$, dan $p \times q$, serta sederhanakan hasilnya jika
 a. $p = \dfrac{3}{\sqrt{2}\ \ 3}$ dan $q = \dfrac{2}{\sqrt{2}+3}$
 b. $p = \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{11}\ \ 3}$ dan $q = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}+3}$
8. Carilah nilai x untuk persamaan

 $$\frac{x+\sqrt{4x^2}}{3+\sqrt{2}} = \frac{1}{4+2\sqrt{2}}.$$

9. Tunjukkan bahwa $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ bilangan rasional untuk $x = \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}\ \ 1}$.
10. Selidikilah apakah pernyataan berikut benar atau salah. Jelaskan hasil penyelidikanmu.

 $$a = \sqrt{a^2} = \sqrt{(\ a)(\ a)}$$
 $$= \sqrt{\ a}\ \ \sqrt{\ a}\ = \left((\ a)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = -a$$

11. Sebuah kubus dengan panjang rusuk 6 cm disandarkan pada dinding sehingga posisinya miring seperti pada gambar.



 Jika $PY = 4$ cm dan $RZ = \sqrt{31}$ cm, berapa tinggi titik R dari lantai?
12. Sederhanakan bentuk $a^2 - b^2$ untuk

 $$a = \frac{1}{3\ \ 2\sqrt{2}}, \text{ dan } b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}.$$

Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. Bilangan rasional ialah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan a dan b adalah bilangan bulat serta $b \neq 0$.
2. Jika a adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif maka $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
3. Jika a adalah bilangan rasional, dengan $a \neq 0$, dan m, n adalah bilangan bulat positif maka $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dengan $m > n$.
4. Jika a adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif maka $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$.
5. Jika a, p, q adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif dengan $m \geq n$ maka $pa^n + qa^m = a^n (p + qa^{m-n})$.
6. Jika a, p, q adalah bilangan rasional dan m, n adalah bilangan bulat positif dengan $m \geq n$ maka
 $pa^n - qa^m = a^n (p - qa^{m-n})$;
 $pa^m - qa^n = a^n (pa^{m-n} - q)$.

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang materi apa saja dari bab ini yang menurutmu paling mudah dan yang paling sulit dipahami berikut alasannya.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Tes Kompetensi Bab 5

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Nilai $(-6)^{-2}$ sama dengan
 a. 36 c. $-\frac{1}{36}$
 b. $\frac{1}{36}$ d. –36

2. 3^5 = ...
 a. 3 + 3 + 3 + 3 + 3
 b. 3 × 3 × 3 × 3 × 3
 c. 5 + 5 + 5
 d. 5 × 5 × 5

3. Dengan merasionalkan penyebutnya, bentuk $\frac{6}{3\sqrt{3}}$ dapat disederhanakan menjadi
 a. $3+\sqrt{3}$ c. $3-\sqrt{3}$
 b. $\frac{2}{3+\sqrt{3}}$ d. $2-\sqrt{3}$

4. $\sqrt[3]{343}$ = ...
 a. 7 c. –6
 b. 6 d. –7

5. $2^3 + 2^5$ = ...
 a. 2^5 c. 5×2^3
 b. 2^8 d. 3×2^3

6. $\frac{1}{8^{\frac{2}{}}}$ = ...
 a. 2^{-6} c. 2^6
 b. 8^2 d. $8^{\frac{1}{2}}$

7. $\sqrt{27}\ \sqrt{12}$ = ...
 a. $\sqrt{3}$ c. $2\sqrt{3}$
 b. $\sqrt{15}$ d. $2\sqrt{5}$

8. Dengan merasionalkan penyebutnya, bentuk $\frac{6}{\sqrt{3}}$ dapat disederhanakan menjadi
 a. $\sqrt{3}$ c. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
 b. $2\sqrt{3}$ d. $3\sqrt{3}$

9. $8^{\frac{1}{9}}$ = ...
 a. $\sqrt[3]{2}$ c. $\sqrt[2]{3}$
 b. $\sqrt[3]{8}$ d. $\sqrt[8]{3}$

10. $\left(\sqrt{5}\right)^5$ = ...
 a. $5\sqrt{3}$ c. $5\sqrt{5}$
 b. $3\sqrt{5}$ d. $3\sqrt{3}$

11. $\sqrt{125}$ = ...
 a. $5^{\frac{2}{3}}$
 b. $3^{\frac{5}{2}}$
 c. $5^{\frac{3}{2}}$
 d. $3^{\frac{2}{5}}$
12. Dengan cara merasionalkan penyebutnya, bentuk akar $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{72}}$ dapat disederhanakan menjadi
 a. $\sqrt{5}$
 b. $\frac{1}{2}\sqrt{5}$
 c. $2\sqrt{5}$
 d. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
13. $\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}$ = ...
 a. $3^{\frac{1}{5}}$
 b. $3^{\frac{2}{3}}$
 c. $3^{\frac{1}{3}}$
 d. $3^{\frac{2}{5}}$
14. $(125)^{\frac{2}{3}} \quad (100)^{\frac{3}{2}}$ = ...
 a. $\frac{9}{100}$
 b. $\frac{29}{1.000}$
 c. $\frac{19}{1.000}$
 d. $\frac{39}{1.000}$
15. $\frac{3^2+3^2+3^2}{2^3+2^3+2^3}$ = ...
 a. $\frac{9}{8}$
 b. 1
 c. $\frac{8}{9}$
 d. $\frac{3}{4}$
16. $\left(\sqrt{3}\right)^6$ = ...
 a. 9
 b. 27
 c. 36
 d. 81
17. $\frac{20}{\sqrt{5}}$ = ...
 a. $2\sqrt{5}$
 b. $4\sqrt{5}$
 c. $5\sqrt{5}$
 d. $8\sqrt{5}$
18. $\sqrt{2} \quad \sqrt{10}$ = ...
 a. $2\sqrt{3}$
 b. $2\sqrt{5}$
 c. $2\sqrt{10}$
 d. $5\sqrt{2}$
19. $\left(\sqrt{12}+\sqrt{8}\right)\left(\sqrt{12} \quad \sqrt{8}\right)$ = ...
 a. 2
 b. 4
 c. 6
 d. 8
20. $3^{\frac{1}{4}} \quad 3^{\frac{3}{4}}$ = ...
 a. 1
 b. 3
 c. 9
 d. 81



Sumber: *www.scatork.com*

Bab 6

Barisan dan Deret Bilangan

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami barisan dan deret bilangan serta penggunaannya dalam pemecahan masalah dengan cara menentukan pola barisan bilangan sederhana, menentukan suku ke-n barisan aritmetika dan barisan geometri, menentukan jumlah n suku pertama deret aritmetika dan deret geometri, serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret.

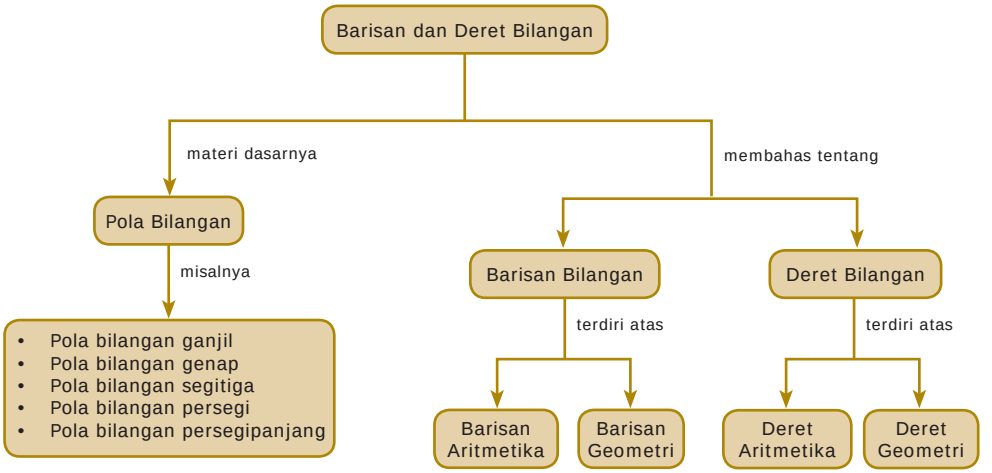
Barisan dan deret bilangan tentu merupakan pelajaran yang baru kamu kenal. Konsep barisan dan deret bilangan sangat penting peranannya dalam ilmu pengetahuan dan teknologi serta dalam kehidupan sehari-hari, seperti uraian berikut ini.

Sebuah stadion olahraga yang baru dibangun mempunyai 100 tempat duduk pada barisan paling depan di tribun barat dan timur, serta 60 tempat duduk pada barisan paling depan di tribun utara dan selatan. Setiap baris tempat duduk tersebut 4 kursi lebih banyak daripada baris di depannya. Berapa kapasitas penonton dalam stadion tersebut jika terdapat 25 baris tempat duduk?

Untuk menjawab permasalahan tersebut, kamu harus mempelajari konsep barisan dan deret bilangan seperti materi yang dibahas pada bab ini.

A. Pola Bilangan
B. Barisan dan Deret Bilangan

Diagram Alur



Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Sebutkanlah bilangan genap positif yang kurang dari 20.
2. Sebutkanlah bilangan ganjil positif antara 11 dan 30.
3. Sebutkanlah bilangan kuadrat dari 1 sampai dengan 15.
4. Sebutkanlah bilangan asli kelipatan 6 antara 1 dan 100.
5. Sebutkanlah bilangan asli kelipatan 10 dari 10 sampai dengan 250.

A. Pola Bilangan



Sumber: *CD Image*

Gambar 6.1 ▲

Gambar 6.1 memperlihatkan gedung pertunjukan yang mempunyai 40 tempat duduk pada barisan paling depan. Setiap baris tempat duduk tersebut 4 kursi lebih banyak daripada baris di depannya.

Apabila kamu tuliskan banyaknya tempat duduk pada setiap baris, diperoleh tabel sebagai berikut.

Baris ke-	1	2	3	4	5	...	20
Banyak Kursi	40	44	48	52	56	...	116

Amati bilangan-bilangan 40, 44, 48, 52, 56, ..., 116. Bilangan-bilangan tersebut membentuk suatu kumpulan (himpunan) bilangan dengan pola tertentu, yang setiap suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 4. Contoh lain bilangan-bilangan yang memiliki pola adalah nomor rumah di jalan raya atau di perumahan. Rumah-rumah di sebelah kiri bernomor 1, 3, 5, 7, 9, ..., 87. Adapun rumah-rumah di sebelah kanan bernomor 2, 4, 6, 8, 10, ..., 88.

Amati barisan bilangan 1, 3, 5, 7, 9, ..., 87 dan juga barisan bilangan 2, 4, 6, 8, 10, ..., 88.

Kedua barisan bilangan tersebut memiliki pola, dengan setiap suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 2.



Sumber: *Dokumentasi Penerbit*

▲ **Gambar 6.2**

Penomoran rumah di suatu jalan merupakan contoh pola bilangan.

1. Pengertian Pola Bilangan

Jika kamu amati, anggota-anggota himpunan bilangan yang telah dipelajari, diurutkan dengan suatu aturan tertentu sehingga bilangan-bilangan pada himpunan tersebut membentuk suatu barisan.

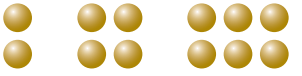
Suatu barisan bilangan dapat ditunjukkan dengan pola-pola. Untuk itu, pelajarilah barisan bilangan berikut ini.

a. Barisan 1, 3, 5, 7, 9 ... disebut *barisan bilangan ganjil*. Pola barisan ini dapat dilihat pada Gambar 6.3.



◀ **Gambar 6.3**

b. Barisan 2, 4, 6, 8, ... Barisan ini disebut *barisan bilangan asli genap*. Polanya dapat dilihat pada Gambar 6.4.



▲ **Gambar 6.4**

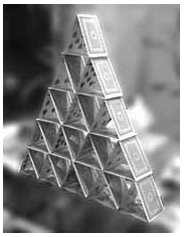
c. Amati Gambar 6.5 berikut.



◀ **Gambar 6.5**

Pola tersebut dapat disusun dengan barisan bilangan berikut.

1 = 1
3 = 1 + 2
6 = 1 + 2 + 3
10 = 1 + 2 + 3 + 4

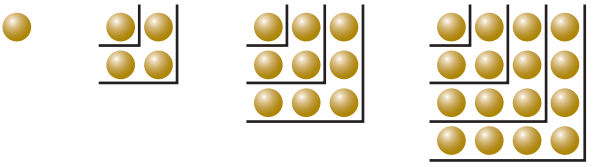


Sumber: *images.search.yahoo.com*

▲ **Gambar 6.6**

Pola bilangan tersebut adalah salah satu contoh barisan bilangan segitiga.

d. Amati pola bilangan pada Gambar 6.7. Pola bilangan pada Gambar 6.7 disebut pola bilangan persegi. Mengapa? Diskusikan dengan temanmu.



Gambar 6.7 ▶

Pola tersebut dapat disusun dari barisan bilangan berikut.

$1 = 1$ atau $1^2 = 1$

$4 = 1 + 3$ atau $2^2 = 1 + 3$

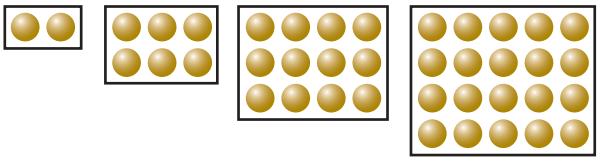
$9 = 1 + 3 + 5$ atau $3^2 = 1 + 3 + 5$

$16 = 1 + 3 + 5 + 7$ atau $4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$

Tugas untukmu

Coba kamu selidiki mengapa barisan 1, 3, 6, 10, ... disebut *barisan bilangan segitiga*. Jelaskan hasil penyelidikanmu.

e. Pola bilangan persegipanjang di antaranya dapat kamu lihat pada Gambar 6.8.



Gambar 6.8 ▶

Pola tersebut dapat disusun dari barisan bilangan berikut.

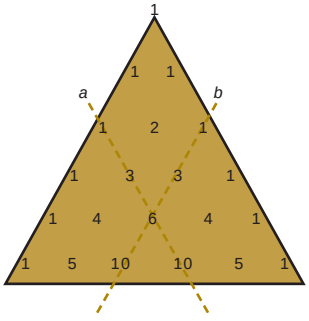
$2 = 1 \times 2$ $\qquad$ $12 = 3 \times 4$

$6 = 2 \times 3$ $\qquad$ $20 = 4 \times 5$

Mengapa barisan tersebut dinamakan *barisan persegipanjang*? Coba kamu jelaskan.

2. Pola Bilangan pada Segitiga Pascal

Orang yang pertama kali menemukan susunan bilangan yang berbentuk segitiga adalah *Blaise Pascal*. Untuk mengabadikan namanya, hasil karyanya tersebut kemudian disebut *segitiga Pascal*. Adapun bentuk dari bilangan pada segitiga itu tampak dalam Gambar 6.9.



Gambar 6.9 ▲

Jika kamu amati dengan cermat, bilangan-bilangan yang terdapat pada segitiga Pascal memiliki pola tertentu, yaitu dua bilangan yang berdekatan dijumlahkan untuk mendapatkan bilangan pada baris selanjutnya.

Sekarang, amati bilangan-bilangan yang terdapat pada sepanjang garis *a* dan *b* pada Gambar 6.9. Bilangan-bilangan tersebut membentuk suatu barisan dengan aturan berikut.

$1 = 1$

$1 + 2 = 3$

$1 + 2 + 3 = 6$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Dengan demikian, barisan 1, 3, 6, 10, ... merupakan barisan bilangan pada segitiga Pascal.

Segitiga Pascal dapat digunakan untuk menentukan koefisien pada suku banyak $(x + y)^n$ dengan n bilangan asli. Misalnya,

$(x + y)^1 = 1x + 1y = x + y$

$(x + y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x + y)^4 = 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4$

$= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$

3. Menemukan Pola dari Perhitungan Bilangan

Pada Bagian 1, kamu telah mengetahui bahwa jumlah bilangan-bilangan ganjil berurutan (jumlah n bilangan ganjil yang pertama) memiliki pola tertentu, yaitu:

$1 + 3 = 2^2$,

$1 + 3 + 5 = 3^2$,

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$, dan seterusnya.

Jika kamu amati, akan diperoleh:

a. Jumlah *dua* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 2,

b. Jumlah *tiga* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 3,

c. Jumlah *empat* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 4, dan seterusnya.

Sekarang, amatilah pola bilangan dari perhitungan berikut ini.

$2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 = 2 + 1$,

$3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5 = 3 + 2$,

$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7 = 4 + 3$,

$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 5 + 4$, dan seterusnya.

Pola bilangan ini menunjukkan bahwa *selisih dari kuadrat bilangan berurutan sama dengan jumlah dari bilangan berurutan tersebut*. Hal ini dapat ditunjukkan dengan cara aljabar berikut ini.

InfoMatika



Blaise Pascal (1623–1662)

Blaise Pascal, ilmuwan berkebangsaan Prancis yang merupakan keajaiban dalam dunia matematika. Segitiga Pascal yang ditunjukkan di sini telah dikenal selama 600 tahun. Kemudian, ia menemukan bahwa banyak dari sifat-sifat segitiga dihubungkan dengan barisan-barisan dan deret-deret yang istimewa.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Misalkan, bilangan yang berurutan itu adalah a dan $a + 1$ maka

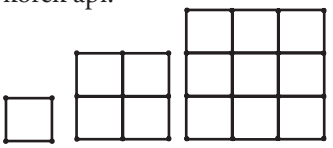
$$(a + 1)^2 - a^2 = a^2 + 2a + 1 - a^2$$
$$= 2a + 1 = (a + 1) + a$$

Pola bilangan tersebut selalu benar untuk setiap a bilangan asli.

Tes Kompetensi 6.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. a. Gambar berikut menunjukkan suatu pola yang disusun dari batang-batang korek api.



 Salin gambar tersebut, kemudian lanjutkan dengan dua suku berikutnya.
 b. Berdasarkan gambar tersebut, tulislah barisan bilangannya.
 c. Pola bilangan apakah yang memiliki barisan seperti itu?
2. Gambarlah pola noktah (seperti pada Gambar 6.3) dengan menggunakan barisan bilangan berikut.
 a. $(1 \times 4), (2 \times 5), (3 \times 6), (4 \times 7), \ldots$
 b. $(2 \times 1), (2 \times 2), (2 \times 3), (2 \times 4), \ldots$
 c. $(2 + 1), (3 + 2), (4 + 3), (5 + 4), \ldots$
3. Gunakan segitiga Pascal untuk menguraikan bentuk perpangkatan berikut.
 a. $(x + y)^5$
 b. $(x + y)^6$
 c. $(x - y)^3$
 d. $(x - y)^4$
4. Berapa jumlah dari:
 a. sembilan bilangan ganjil yang pertama,
 b. sebelas bilangan ganjil yang pertama,
 c. lima belas bilangan ganjil yang pertama, dan
 d. dua puluh dua bilangan ganjil yang pertama.
5. Hitunglah bilangan-bilangan berikut dengan cepat (tanpa menggunakan kalkulator).
 a. $398^2 - 397^2$
 b. $576^2 - 575^2$
 c. $1073^2 - 1072^2$
 d. $1256^2 - 1255^2$
6. Amatilah kesamaan-kesamaan berikut.

 $15^2 = 225 = 200 + 25$
 $= (1 \times 2) \times 100 + 25$
 $25^2 = 625 = 600 + 25$
 $= (2 \times 3) \times 100 + 25$
 $35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 25$
 $45^2 = (4 \times 5) \times 100 + 25$

 Dengan melihat pola tersebut, hitunglah soal-soal berikut ini dengan cepat.
 a. 55^2
 b. 65^2
 c. 95^2
 d. 105^2
7. Amatilah kesamaan-kesamaan berikut.
 - $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9 = 3^2 = (1 + 2)^2$
 - $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 = 6^2$
 $= (1 + 2 + 3)^2$
 - $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$

 Dengan melihat pola tersebut, hitunglah soal-soal berikut ini dengan cepat.

a. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$
b. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$
c. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3$
d. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3$

8. Tentukan urutan bilangan yang habis dibagi:
a. 10;
b. 5;
c. 2;
d. 3.

B. Barisan dan Deret Bilangan

1. Barisan Bilangan

Bilangan-bilangan yang diurutkan dengan pola (aturan) tertentu membentuk suatu barisan bilangan. Misalnya, barisan bilangan
a. 40, 44, 48, 52, 56, ..., 116
b. 1, 3, 5, 7, 9, ..., 51 dan
c. 2, 4, 6, 8, 10, ...,98.

Suatu barisan bilangan dapat pula dibentuk dari bilangan-bilangan yang tidak mempunyai pola (aturan) tertentu, misalnya barisan bilangan 1, 2, 5, 7, 3, 4... . Barisan bilangan seperti ini disebut *barisan bilangan sebarang*.

Bilangan-bilangan yang membentuk suatu barisan bilangan disebut *suku* barisan tersebut. Misalnya, pada barisan bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, ... suku ke-1 dari barisan tersebut adalah 1, suku ke-2 adalah 3, suku ke-3 adalah 5, dan seterusnya. Dapatkah kamu menentukan suku ke-1, suku-2, dan suku-5 dari barisan 1, 2, 5, 7, 3, 9...,61.

Jadi, suatu barisan bilangan dapat dikatakan sebagai suatu barisan yang dibentuk oleh suku-suku bilangan.

2. Deret Bilangan

Amati kembali barisan-barisan bilangan berikut.
a. 40, 44, 48, 52, 56,
b. 1, 3, 5, 7, 9,
c. 2, 4, 6, 8, 10.

Berdasarkan pola ketiga barisan tersebut, dapat diperoleh penjumlahan berikut.
a. 40 + 44 + 48 + 52 + 56,
b. 1 + 3 + 5 + 7 + 9,
c. 2 + 4 + 6 + 8 + 10.

Penjumlahan suku-suku dari barisan-barisan tersebut dinamakan *deret*. Oleh karena itu, jika U_1, U_2, U_3, ..., U_n adalah suatu barisan bilangan maka $U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$ dinamakan deret.

InfoMatika

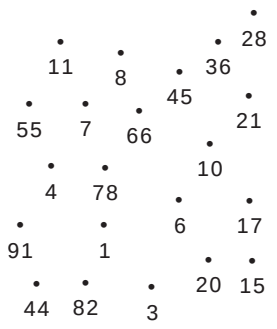
Terdapat dua macam deret bilangan berdasarkan atas banyaknya suku pada deret tersebut, yaitu deret berhingga dan deret tak berhingga. Deret berhingga adalah suatu deret yang banyak sukunya terbatas. Contoh, 1 + 2 + 3 + ... + 100. Deret ini ditulis dengan notasi $U_1 + U_2 + ... + U_n$. Adapun deret tak berhingga adalah deret yang banyak sukunya tak terbatas. Contoh, 1 + 2 + 3 + ... Deret ini biasanya ditulis dengan notasi $U_1 + U_2 + U_3 + ...$ Dapatkah kamu membedakan kedua macam deret tersebut? Coba beri contoh lain deret berhingga dan deret tak berhingga.

Matematika Ria

Berikut adalah sekumpulan bilangan yang di antaranya terdapat beberapa bilangan yang memenuhi rumus

$U_n = \frac{n(n+1)}{2}$

Jika $U_1 = 1$, hubungkanlah bilangan-bilangan yang memenuhi rumus tersebut dengan garis. Bentuk apakah yang kamu peroleh?



3. Barisan Aritmetika

Amati keempat barisan bilangan berikut.

a. 1, 3, 5, 7, 9, ..., U_n,
b. 99, 96, 93, 90, ..., U_n,
c. 1, 2, 5, 7, 12, ..., U_n,
d. 2, 4, 8, 16, 32, ..., U_n.

Selisih dua suku berurutan pada barisan (a) selalu tetap, yaitu 2. Demikian pula selisih dua suku berurutan pada barisan (b) selalu tetap, yaitu 3. Barisan bilangan yang demikian dinamakan *barisan aritmetika*. Adapun selisih dua suku berurutan pada barisan (c) tidak tetap. Barisan bilangan (c) bukan merupakan barisan aritmetika. Apakah barisan (d) merupakan barisan aritmetika? Coba selidiki olehmu.

Pada barisan aritmetika, selisih dua suku berurutan dinamakan *beda* dan dilambangkan dengan b. Secara umum, barisan aritmetika didefinisikan sebagai berikut.

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, ..., U_n, U_{n+1}$ dinamakan barisan aritmetika jika untuk setiap n bilangan asli memenuhi $U_{n+1} - U_n = U_n - U_{n-1} = ... = U_2 - U_1 = b$.

Jika suku pertama barisan aritmetika adalah a dengan beda b maka barisan aritmetika $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$ menjadi

$$a, \underbrace{a+b}, \underbrace{a+2b}, ..., \underbrace{a+(n-1)b}$$
$$\nwarrow \quad \nwarrow \quad \nwarrow \quad \nwarrow$$
$$U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_n$$

Dengan demikian, suku ke-n barisan aritmetika dirumuskan sebagai berikut.

$$U_n = a + (n-1)\,b$$

Dapatkah kamu menemukan rumus U_{n+1} dengan menggunakan rumus suku ke-n yang telah kamu ketahui?

Contoh 6.1

1. Selidikilah apakah barisan-barisan berikut merupakan barisan aritmetika atau bukan.
 a. 1, –1, –3, –5, –7, –9, –11, –13, –15
 b. 2, –2, 2, –2, –2

 Penyelesaian:

 a. Barisan aritmetika dengan $b = -1 - 1 = -3 - (-1)$
 $= -5 - (-3) = -2$

b. Bukan barisan aritmetika karena selisih dua suku yang berurutan tidak sama atau tidak tetap.

2. Tentukan suku ke-20 dari barisan bilangan asli kelipatan 3 kurang dari 100.

Penyelesaian:

Barisan bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 3, 6, 9, 12, ..., 99.

$a = 3$ dan $b = 3$ sehingga $U_n = a + (n - 1)b$

$U_{20} = 3 + (20 - 1)3 = 3 + 57 = 60$

Jadi, suku ke-20 dari barisan bilangan asli kelipatan 3 kurang dari 100 adalah 60.

3. Tuliskan lima suku pertama barisan aritmetika jika diketahui $a = 5$ dan $b = \frac{2}{5}$.

Penyelesaian:

$U_1 = a = 5$ dan $b = \frac{2}{5}$

$U_2 = a + b = 5 + \frac{2}{5} = 5\frac{2}{5}$

$U_3 = a + (3 - 1)\, b = a + 2b = 5 + 2\ \frac{2}{5} = 5\frac{4}{5}$

$U_4 = a + (4 - 1)b = a + 3b = 5 + 3\ \frac{2}{5} = 6\frac{1}{5}$

$U_5 = a + (5 - 1)b = a + 4b = 5 + 4\ \frac{2}{5} = 6\frac{3}{5}$

Jadi, lima suku pertama barisan tersebut adalah 5, $5\frac{2}{5}$, $5\frac{4}{5}$, $6\frac{1}{5}$, dan $6\frac{3}{5}$.

4. Deret Aritmetika

Berdasarkan pola kedua barisan aritmetika pada Bagian 3, dapat diperoleh penjumlahan sebagai berikut.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + U_n$.

Deret ini dinamakan *deret aritmetika naik* karena nilai U_n semakin besar.

b) $99 + 96 + 93 + 90 + ... + U_n$.

Deret ini dinamakan *deret aritmetika turun* karena nilai U_n semakin kecil.

Kamu dapat menentukan suku-suku pada deret aritmetika sebagai berikut.

Misalkan, jumlah n suku pertama deret tersebut dilambangkan dengan S_n maka

Siapa Berani?

1. Di antara barisan-barisan bilangan berikut, selidiki manakah yang merupakan barisan aritmetika?
 a. $5, 4\frac{1}{2}, 4, 3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}$
 b. $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$
 c. $5, \frac{11}{2}, 16, 21\frac{1}{2}, 27$
2. Tuliskan lima suku pertama barisan aritmetika jika diketahui $u_6 = 9$ dan $u_{10} = 24$.

Catatan

Jika aturan suatu barisan aritmatika ditambah b maka suku ke-n akan memuat $b \times n$, yaitu
$U_n = b \times n + ...$ atau
$U_n = b \times n - ...$
Contoh:
Tentukan rumus suku ke-n dari 7, 10, 13, 16, ..., 64.
Penyelesaian:
Oleh karena aturannya ditambah tiga maka suku ke-n memuat $3n$, yaitu
$U_1 = 7 = 3 \times 1 + 4$
$U_2 = 10 = 3 \times 2 + 4$
$U_3 = 13 = 3 \times 3 + 4$
(Nilai 4 ditentukan sendiri agar hasilnya sama seperti suku barisan yang dimaksud). Uraian tersebut menggambarkan rumus suku ke-n dari barisan
7, 10, 13, 16, ..., yaitu
$U_n = 3 \times n + 4 = 3n + 4$.

$$S_n = a + (a+b) + \ldots + (a+(n-2)b) + (a+(n-1)b)$$
$$S_n = (a+(n-1)b) + (a+(n-2)b) + \ldots + (a+b) + a$$
$$2S_n = \underbrace{(2a+(n-1)b) + (2a+(n-1)b) + \ldots + (2a+(n-1)b)}_{n \text{ faktor sama}}$$

$2S_n = n(2a + (n-1)b)$ maka $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$

Jadi, jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Oleh karena $U_n = a + (n-1)b$, rumus S_n dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$$

Dapatkah kamu menemukan rumus S_{n+1} dengan menggunakan rumus S_n yang telah kamu ketahui?

Tugas untukmu

Dapatkah kamu membuktikan bahwa pada deret aritmetika berlaku $U_n = S_n - S_{n-1}$? Tuliskan hasil pembuktian tersebut pada buku tugasmu, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Contoh 6.2

1. Tentukan jumlah bilangan bulat antara 250 dan 1.000 yang habis dibagi 7.

 Penyelesaian:

 Jumlah bilangan bulat antara 250 dan 1.000 yang habis dibagi 7 adalah 252 + 259 + 266 + ... + 994.

 Deret bilangan ini merupakan deret arimetika dengan $a = 252$, $b = 7$, dan $U_n = 994$ sehingga

 $U_n = a + (n-1)b$ $\quad 994 = 252 + (n-1)7$
 $994 = 252 + 7n - 7$
 $994 = 245 + 7n$
 $7n = 994 - 245$
 $7n = 749$
 $n = 107$

 $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ maka $S_{107} = \frac{107}{2}(252 + 994) = 66.661$

 Jadi, jumlahnya adalah 66.661.

2. Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika dirumuskan dengan $S_n = 5n^2 - 4n$. Tentukanlah suku ke-n deret tersebut.

 Penyelesaian:

 Jumlah n suku pertama adalah $S_n = 5n^2 - 4n$

 Jumlah $(n-1)$ suku pertama adalah

Hal Penting

- pola bilangan
- barisan aritmetika
- barisan geometri
- deret aritmetika
- deret geometri
- sukubeda
- segitiga Pascal
- jumlah n suku pertama

$S_{n-1} = 5(n-1)^2 - 4(n-1) = 5(n^2 - 2n + 1) - 4(n-1)$
$= 5n^2 - 10n + 5 - 4n + 4 = 5n^2 - 14n + 9$
$U_n = S_n - S_{n-1} = (5n^2 - 4n) - (5n^2 - 14n + 9)$
$= 5n^2 - 4n - 5n^2 + 14n - 9 = 10n - 9$

Jadi, suku ke-n deret tersebut adalah $U_n = 10n - 9$.

Contoh 6.3

Sebuah perusahaan mobil mainan memproduksi 3.000 buah mobil mainan di tahun pertama produksinya. Karena permintaan konsumen setiap tahunnya meningkat, perusahaan tersebut memutuskan untuk meningkatkan jumlah produksinya dengan menambah produksi mobil mainan sebanyak 10% dari produksi awal tiap tahunnya. Tentukanlah:

a. Jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun ke-delapan;
b. Jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai dengan tahun kedelapan.

Penyelesaian:

Langkah 1

Menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Suku pertama (a) = 3.000
Beda (b) = 10% × 3.000 = 300
n = 8

Ditanyakan:

a. Jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun kedelapan (U_8).
b. Jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai tahun kedelapan (S_8).

Langkah 2

a. Menentukan U_8 dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n-1)b$, sebagai berikut.
$U_8 = a + (8-1)b = a + 7b$
$= 3.000 + 7\,(300) = 5.100$
Jadi, jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun kedelapan adalah 5.100 buah.

Langkah 3

b. Menentukan S_8 dengan menggunakan rumus
$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$, sebagai berikut
$S_8 = \frac{8}{2}(3.000 + U_8) = 4\,(3.000 + 5.100) = 32.400$
Jadi, jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai tahun kedelapan adalah 32.400 buah.

Siapa Berani?

1. Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika ditentukan oleh rumus $S_n = 2n^2 + 3n$. Tentukan suku ke-n dan beda (b) deret tersebut.
2. Sebuah perusahaan kompor memproduksi 4.000 buah kompor di tahun pertama produksinya. Setiap tahun jumlah produksinya bertambah dengan jumlah yang sama. Total produksi sampai dengan tahun kedelapan adalah 37.600 buah.
 a. Berapa penambahan produksi setiap tahunnya?
 b. Berapa kompor yang diproduksi pada tahun kesepuluh?
3. Seorang pengusaha kecil meminjam modal m rupiah dari suatu bank dengan suku bunga tunggal 1,2% per bulan. Setelah setahun pengusaha itu mengembalikan pinjaman dan bunga sebesar 57.200.000,00. Berapa rupiah modal yang dipinjam pengusaha tersebut?

Tugas untukmu

Coba kamu gunakan kalkulator untuk mencari S_{107} dari Contoh 6.2 nomor 1 tersebut. Apakah hasil yang kamu peroleh adalah 275?

InfoMatika



Johan Gauss (1771–1885)

Banyak orang mengatakan, Johan Gauss adalah seorang jenius dalam aritmetika. Ketika ia berusia 9 tahun, seorang guru menyuruh murid-murid di kelasnya untuk menjumlahkan deret bilangan
1 + 2 + 3 + ... + 40.
Gauss hanya memerlukan waktu beberapa saat saja untuk memperoleh jawaban (820), bahkan tanpa menulis sesuatu. Ia mendapat jawaban dalam otaknya dengan menyadari jumlah itu dapat dipikirkan sebagai berikut:
(1 + 40) + (2 + 39) + ... + (20 + 21) = 41 + 41 + ... + 41 = 20 × 41 = 820.
Raja sangat kagum akan kemampuan Gauss muda sehingga raja bersedia membayar biaya pendidikannya. Akhirnya, Gauss menjadi salah satu ahli matematika terkemuka di dunia.
Ia juga meninggalkan hasil karyanya dalam bidang astronomi, pengukuran tanah, dan elektromagnetisme.

Sumber: *Khazanah Pengetahuan Bagi Anak-Anak Matematika*, 1979

5. Barisan Geometri

Amatilah ketiga barisan berikut ini.

a. 5, 15, 45, 135,
b. 160, 80, 40, 20,
c. 2, 8, 24, 120.

Pada barisan (a) tampak bahwa $\frac{15}{5} = \frac{45}{15} = \frac{135}{45} = 3$.

Jadi, perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan tersebut sama, yaitu 3. Demikian pula barisan (b) memiliki perbandingan yang sama untuk dua suku yang berurutan, yaitu $\frac{1}{2}$. Barisan bilangan (a) dan (b) dinamakan *barisan geometri*. Adapun perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan (c) tidak sama. Barisan (c) bukan merupakan barisan geometri.

Perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan geometri dinamakan *pembanding* atau *rasio*, dilambangkan dengan p.

Secara umum, barisan geometri didefinisikan sebagai berikut.

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, ..., U_n, U_{n+1}$ dinamakan barisan geometri apabila untuk setiap n bilangan asli berlaku

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_{n-1}}{U_{n-2}} = ... = \frac{U_2}{U_1} = p$$

Jika suku pertama barisan geometri adalah a dengan pembandingnya p maka barisan geometri $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$ dinyatakan dengan

$$\underset{\times}{a}, \quad \underset{\times}{ap}, \quad \underset{\times}{ap^2}, ..., \quad \underset{\times}{ap^{n-1}}, ...$$

$$U_1, \quad U_2, \quad U_3, ..., \quad U_n$$

sehingga rumus suku ke-n barisan geometri adalah sebagai berikut.

$$U_n = ap^{n-1}$$

Dapatkah kamu menemukan rumus U_{n+1} dengan menggunakan rumus suku ke-n yang telah kamu ketahui?

Contoh 6.4

1. Selidiki apakah barisan-barisan berikut merupakan barisan geometri atau bukan.

a. 1, 4, 16, 64, 256
b. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

Penyelesaian:

a. Barisan geometri karena perbandingan dua suku berurutan sama, yaitu $\frac{4}{1} = \frac{16}{4} = \frac{64}{16} = \frac{256}{64} = 4$.

b. Bukan barisan geometri karena perbandingan dua suku berurutan tidak sama, yaitu $\frac{3}{1} \pi \frac{5}{3}$.

2. Tentukan pembanding (rasio) dan suku ke-8 dari barisan 2, 6, 18, 54, ..., 39.366

Penyelesaian:

$a = 2$ dan $p = \frac{6}{2} = \frac{18}{6} = 3$

$U_n = ap^{n-1}$ sehingga $U_8 = 2 \times 3^{8-1} = 2 \times 3^7 = 4.374$.

Jadi, pembanding (rasio) = 3 dan suku ke-8 = 4.374.

6. Deret Geometri

Seperti yang telah kamu ketahui, jika $U_1, U_2, U_3, ..., U_n$ adalah barisan geometri maka suku-sukunya dapat ditulis $a, ap, ap^2, ap^3, ..., ap^{n-1}$. Dari barisan geometri tersebut, kamu dapat memperoleh barisan penjumlahan berikut.

$a + ap + ap^2 + ap^3 + ... + ap^{n-1}$

Barisan penjumlahan ini disebut *deret geometri*. Misalkan, jumlah n suku pertama deret geometri dilambangkan dengan S_n maka berlaku hubungan berikut.

$S_n = a + ap + ap^2 + ... + ap^{n-2} + ap^{n-1}$

$pS_n = ap + ap^2 + ap^3 + ... + ap^{n-1} + ap^n$

$(1 - p)S_n = a - ap^n$

$= a(1 - p^n)$

Dengan demikian, jumlah n suku pertama deret geometri adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{a(1 - p^n)}{1 - p}; p < 1 \text{ atau } S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1}; p > 1$$

Contoh 6.5

Tentukan jumlah delapan suku pertama dari barisan 2, 6, 18, 54, ...

InfoMatika



Fibonacci (1180–1250)

Fibonacci mempunyai nama lengkap Leonardo of Pisa. Dalam perjalanannya ke Eropa dan Afrika Utara, ia mengembangkan kegemarannya akan bilangan. Dalam karya terbesarnya, *Liber Abaci*, ia menjelaskan suatu teka-teki yang membawanya kepada apa yang sekarang dikenal sebagai Barisan Bilangan Fibonacci. Barisannya adalah 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Setiap bilangan dalam barisan ini merupakan jumlah dari dua bilangan sebelumnya (1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, ...). Barisan Fibonacci bisa diteliti dalam susunan daun bunga atau segmen-segmen dalam buah nanas atau biji cemara.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Tugas untukmu

Apakah mungkin suatu barisan aritmetika juga merupakan barisan geometri?
Coba selidiki olehmu. Berikan beberapa contoh lalu amati. Kemudian, tulislah hasil penyelidikanmu pada buku tugasmu dan kumpulkan pada gurumu.

Catatan

Apabila aturan suatu barisan geometri *dikali* dengan p, maka suku ke-n akan memuat *pemangkatan* dari p.
Contoh:
Tentukan rumus suku ke-n dari 9, 27, 81, ...
Penyelesaian:
Oleh karena aturannya dikali tiga maka suku ke-n memuat 3^n, yaitu $U_1 = 9 = 3^{1+1}$ ditentukan sendiri agar hasilnya sama seperti suku barisan yang dimaksud.
$U_2 = 27 = 3^{2+1}$
$U_3 = 81 = 3^{3+1}$
Uraian tersebut menggambarkan rumus suku ke-n dari barisan 9, 27, 81, ..., yaitu $U_n = 3^{n+1}$.

Penyelesaian:

$a = 2$ dan $p = \frac{6}{2} = \frac{18}{16} = 3$

$S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1}$ sehingga

$S_8 = \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{2(6.561 - 1)}{2} = 6.560$

Jadi, jumlah delapan suku pertamanya adalah 6.560.

2. Jumlah n suku pertama suatu deret geometri dirumuskan dengan $S_n = 2^{3n} - 1$. Tentukan suku ke-n deret tersebut.

Penyelesaian:

$S_n = 2^{3n} - 1$ maka

$S_{n-1} = 2^{3(n-1)} - 1 = 2^{3n-3} - 1 = \frac{2^{3n}}{2^3} - 1$

$U_n = S_n - S_{n-1} = (2^{3n} - 1) - \left(\frac{2^{3n}}{2^3} - 1\right) = 2^{3n} - \frac{2^{3n}}{8}$

$= \frac{8 \cdot 2^{3n} - 2^{3n}}{8} = \frac{7 \cdot 2^{3n}}{8} = \frac{7}{8} \times 2^{3n}$

Contoh 6.6

Di sebuah kabupaten, jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah 50.000 jiwa. Jika tingkat pertumbuhan penduduk di kabupaten itu 10% per tahun, hitunglah jumlah penduduk di kabupaten itu pada 1 Januari 2018.

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.
Diketahui:

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah 50.000.
- Tingkat pertumbuhan penduduk 10% atau 0,1 per tahun.

Ditanyakan: Jumlah penduduk pada 1 Januari 2018.

Langkah 2

Membuat model matematika dari masalah tersebut.
Misalkan, jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah $U_1 = 50.000$ maka diperoleh model berikut.

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2009 adalah
 $U_2 = 50.000 + 0{,}1(50.000)$ (*gunakan sifat distributif*)
 $= 50.000\ (1 + 0{,}1)$
 $= 1{,}1 \times 50.000$
- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2010 adalah
 $U_3 = 1{,}1 \times 50.000 + 0{,}1(1{,}1 \times 50.000)$ (*gunakan sifat distributif*)
 $= 1{,}1 \times 50.000\ (1 + 0{,}1)$

Tugas untukmu

Dapatkah kamu membuktikan bahwa pada deret geometri berlaku $U_n = S_n - S_{n-1}$? Tuliskan hasil pembuktian tersebut pada buku tugasmu, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Uji Kecerdikan

Dari suatu deret geometri diketahui $S_n = 150$, $S_{n+1} = 155$, dan $S_{n+2} = 157{,}5$. Tentukan suku pertama deret tersebut.

$= 1{,}1 \times 50.000 \times 1{,}1$

$= (1{,}1)^2 \times 50.000$

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2011 adalah

$U_4 = (1{,}1)^2 \times 50.000 + 0{,}1\{(1{,}1)^2 \times 50.000\}$ (*gunakan sifat distributif*)

$= (1{,}1)^2 \times 50.000\ (1 + 0{,}1)$

$= (1{,}1)^2 \times 50.000\ (1{,}1)$

$= (1{,}1)^3 \times 50.000$

Dengan demikian, diperoleh barisan berikut.

$U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots$

$50.000\ (1{,}1) \times 50.000\ (1{,}1)^2 \times 50.000\ (1{,}1)^3 \times 50.000\ \ldots.$

Langkah 3

Menentukan jumlah penduduk pada 1 Januari 2018.

Amati bahwa barisan yang diperoleh pada Langkah 2 adalah barisan geometri dengan suku pertama $U_1 = a = 50.000$ dan pembanding $p = 1{,}1$. Jumlah penduduk pada 1 Januari 2018 adalah suku ke-11 atau U_{11}. Mengapa? Coba kamu jelaskan alasannya.

Rumus suku ke-n barisan geometri adalah $U_n = ap^{n-1}$ maka

$U_{11} = 50.000(1{,}1)^{11-1} = 50.000(1{,}1)^{10} = 129.687{,}123$

Jadi, jumlah penduduk pada 1 Januari 2018 adalah 129.687 jiwa.

Contoh 6.7

Bu Aminah membeli mobil baru seharga Rp 200.000.000,00. Mobil tersebut mengalami depresiasi (penurunan harga jual) sebesar 20% pada setiap akhir 1 tahun. Berapa rupiah harga jual mobil tersebut pada akhir tahun keenam?

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Harga mobil baru Rp200.000.000,00

Depresiasi 20% atau 0,2 setiap akhir 1 tahun

Ditanyakan: harga jual mobil pada akhir tahun keenam.

Langkah 2

Membuat model matematika dari masalah pada soal, sebagai berikut. Misalnya harga mobil baru adalah $a = 200.000.000{,}00$ dengan demikian diperoleh model berikut.

- Harga jual mobil pada akhir tahun kesatu adalah

$U_2 = 200.000.000 - 0{,}2\ (200.000.000)$ (*gunakan sifat distributif*)

$= 200.000.000\ (1 - 0{,}2)$

$= 0{,}8 \times 200.000.000$

- Harga jual mobil pada akhir tahun kedua adalah

$U_3 = 0{,}8 \times\ 200.000.000 - 0{,}2\ (0{,}8 \times 200.000.000)$

Siapa Berani?

1. Awal bulan, Pak Tobing menabung di suatu bank sebesar Rp100.000,00 dengan suku bunga majemuk 1% per bulan. Berapa rupiah jumlah tabungan Pak Tobing setelah disimpan selama 1 tahun?
2. Seekor ikan berenang lurus dengan kecepatan tetap 32 km/jam selama jam pertama. Pada jam kedua kecepatannya menjadi $\frac{2}{3}$-nya, demikian seterusnya setiap jam kecepatannya menjadi $\frac{2}{3}$ kecepatan jam sebelumnya. Berapa kilometer jarak yang ditempuh ikan tersebut pada 8 jam pertama?

Catatan

Perhitungan suku bunga majemuk adalah perhitungan bunga yang akan diperoleh pada bulan atau tahun berikutnya, dihitung dari saldo pada bulan atau tahun sebelumnya. Penjelasan lebih dalam tentang materi ini akan kamu temui di tingkat SMA/SMK

InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat:
www.smu-net.com/main.php?act=um&gptp=materi&umtr=2

$= 0{,}8 \times 200.000.000\ (1 - 0{,}2)$ *(gunakan sifat distributif)*
$= 0{,}8 \times 200.000.000\ (0{,}8)$
$= (0{,}8)^2 \times 200.000.000$

- Harga jual mobil pada akhir tahun ketiga adalah
 $U_4 = (0{,}8)^2 \times 200.000.000 - 0{,}2\ (0{,}8^2 \times 200.000.000)$
 $= (0{,}8)^2 \times 200.000.000\ (1 - 0{,}2)$ *(gunakan sifat distributif)*
 $= (0{,}8)^2 \times 200.000.000\ (0{,}8)$
 $= 0{,}8^3 \times 200.000.000$

 Dengan demikian, diperoleh barisan berikut.
 $a, U_2, U_3, U_4, \ldots$.
 $200.000.000, (0{,}8) \times 200.000.000, (0{,}8)^2 \times 200.000.000, (0{,}8)^3 \times 200.000.000, \ldots$.

Langkah 3

Menentukan harga jual mobil pada akhir tahun keenam (U_7), sebagai berikut. Amatilah bahwa barisan yang diperoleh pada langkah ke-2 adalah barisan geometri dengan suku pertama (U_1) = 200.000.000 dan pembanding $p = 0{,}8$. Rumus suku ke-n barisan geometri adalah $U_n = ap^{n-1}$ maka

$U_7 = 200.000.000\ (0{,}8)^{7-1}$
$= 200.000.000\ (0{,}8)^6$
$= 52.428.800$

Jadi, harga jual mobil pada akhir tahun keenam adalah Rp52.428.800,00.

Siapa Berani?

Dari deret geometri diketahui $U_4 : U_6 = k$ dan $U_2 \times U_8 = \frac{1}{k}$.

Nyatakan suku pertama deret tersebut dalam k.

Tes Kompetensi 6.2

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Tentukan beda dan suku ke-10 dari barisan berikut.
 a. $-17, -11, -5, \ldots$
 b. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \ldots$
 c. $-10\frac{1}{2}, -8, -5\frac{1}{2}$
 d. $\frac{1}{5}k, \frac{2}{5}k, \frac{3}{5}, k, \ldots$
2. Tentukan rumus suku ke-n dari setiap barisan bilangan berikut.
 a. 2, 5, 8, 11, ...
 b. 16, 32, 64, 128, ...
 c. 35, 31, 27, 23, ...
 d. 108, 36, 12, 4, ...
3. Tentukan masing-masing 5 contoh barisan aritmetika dan bukan barisan aritmetika selain contoh yang sudah ada.
4. Carilah suku ke-n deret aritmetika jika diketahui suku pertama (a) dan beda (b) berikut.
 a. $a = 9$, $b = -3$, dan $n = 24$
 b. $a = 12$, $b = -7$, dan $n = 8$
 c. $a = -4$, $b = 4$, dan $n = 100$
 d. $a = 2$, $b = 9$, dan $n = 15$
5. Tulislah lima suku pertama dari barisan yang suku ke-n-nya dinyatakan dengan rumus berikut.
 a. $2n + 1$
 b. $n^2 + 1$
 c. $n^2 + n$
 d. $5 \times 2^{n-1}$

6. Tentukan rasio (pembanding) dan suku ke-n (U_n) dari setiap barisan geometri berikut.
 a. 1, –1, 1, ...
 b. 2, 8, 32, ...
 c. $5, 2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}$.
 d. 1, 7, 49, ...
7. Berapakah jumlah dua belas suku pertama deret berikut.
 a. –5 + (–2) + 1 + ...
 b. 6 + 1 + (–4) + ...
 c. 32 + 16 + 8 + ...
 d. $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots$

Untuk soal nomor 8 sampai dengan nomor 10, tentukan jumlah barisan untuk soal-soal berikut.

8. Tiga puluh bilangan cacah yang pertama.
9. Dua puluh lima bilangan asli genap yang pertama.
10. Dua puluh delapan bilangan ganjil yang pertama.
11. Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika adalah $S_n = 3n^2 - 5(n-1)$. Tentukan:
 a. suku ke-10;
 b. beda;
 c. sepuluh suku pertama deret tersebut.
12. Tentukan nilai t agar barisan berikut menjadi barisan geometri.
 a. $t, t+2, t+6$
 b. $t-2, t+1, 3t+3$
13. Carilah nilai dari $(2+4+6+\ldots+100)-(1+3+5+\ldots+99)$.
14. Hitunglah deret bilangan berikut.
 a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$
 b. 11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99
 c. $2+4+6+8+\ldots+94+96+98+100$
15. Carilah x sehingga $x + 3$, $2x + 1$, dan $5x + 2$ adalah bilangan berurutan yang memenuhi barisan aritmetika.
16. Sebuah bank swasta memberikan bunga majemuk 6% per tahun. Jika bunganya ditutup setiap akhir tahun, berapakah uang nasabah sebesar Rp1.000.000,00 setelah disimpan selama 4 tahun?
17. Dalam suatu rapat, setiap peserta diminta berjabatan tangan satu kali dengan peserta lain. Berapa kalikah jabatan tangan yang terjadi jika peserta yang datang sebanyak:
 a. 5 orang;
 b. 8 orang
 c. 15 orang
 d. 20 orang

Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

1. Beberapa pola barisan bilangan, di antaranya adalah sebagai berikut.
 a. barisan bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, ...,
 b. barisan bilangan genap adalah 2, 4, 6, 8, ...,
 c. barisan bilangan segitiga adalah 1, 3, 6, 10, ...,
 d. barisan bilangan persegi adalah 1, 4, 9, 16, ..., dan
2. Barisan bilangan berpola diperoleh dengan mengurutkan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu, dan tiap-tiap bilangan yang terdapat pada barisan bilangan disebut suku dari barisan itu.

3. Rumus suku ke-n barisan aritmetika
 $U_n = a + (n - 1)b$
4. Jumlah n suku pertama deret aritmetika
 $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$
5. Rumus suku ke-n barisan geometri
 $U_n = ap^{n-1}$
6. Jumlah n suku pertama deret geometri
 $S_n = \frac{a(1 - p^n)}{1 - p}; p < 1$
 atau
 $S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1}; p > 1$

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.

Refleksi

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang faktor-faktor yang menghambatmu dalam memahami materi Barisan dan Deret Bilangan.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.

Tes Kompetensi Bab 6

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Suku berikutnya dari barisan 1, 3, 6, 10 adalah
 a. 14
 b. 15
 c. 16
 d. 17
2. Jumlah 17 bilangan ganjil yang pertama sama dengan
 a. 361
 b. 324
 c. 289
 d. 256
3. Hasil dari $347^2 - 346^2$ sama dengan
 a. $2(347 - 346)$
 b. $2(347) - 346$
 c. $2(347) + 346$
 d. $347 + 346$
4. Suku berikutnya dari barisan 3, 6, 11, 18 adalah
 a. 28
 b. 27
 c. 26
 d. 25

5. Suku ke-n dari suatu barisan ditentukan dengan rumus $2^n - 1$. Suku ke-5 dari barisan tersebut adalah
 a. 31 c. 33
 b. 32 d. 34

6. Rumus suku ke-n dari barisan 0, 2, 6, 12, 20 adalah
 a. $n(n + 1)$
 b. $2n^2 + 1$
 c. $2n^2 - n$
 d. $n^2 - n$

7. *Amoeba* yang terdiri atas satu sel berkembang biak dengan cara membelah diri. Setelah 20 menit, *Amoeba* itu membelah menjadi 2 ekor, setelah 40 menit menjadi 4 ekor, setelah 60 menit menjadi 8 ekor, dan demikian seterusnya. Banyaknya *Amoeba* setelah 3 jam adalah
 a. 512 ekor
 b. 256 ekor
 c. 128 ekor
 d. 64 ekor

8. Ibu Ina pergi ke Jakarta selama 50 hari. Jika ia berangkat hari Sabtu, ia kembali hari
 a. Sabtu
 b. Minggu
 c. Senin
 d. Selasa

9. Jika suku ke-n dari suatu barisan bilangan adalah $\frac{n}{2n \quad 1}$, tiga suku pertamanya adalah
 a. $1, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}$ c. $1, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
 b. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$ d. $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$

10. Jika suku ke-n dari suatu barisan adalah $5n^2 - 3$, suku ke-7 adalah
 a. 242 c. 122
 b. 177 d. 67

11. Suku pertama dan kedua suatu deret geometri berturut-turut adalah 2^{-4} dan 2^x. Jika suku kedelapan adalah 2^{52} maka x sama dengan
 a. –16
 b. 12
 c. 8
 d. 4

12. Suku kelima dan kesepuluh dari suatu barisan aritmatika berturut-turut adalah 30 dan 50. Suku ketujuh barisan tersebut adalah
 a. 25
 b. 35
 c. 38
 d. 48

13. Suku ke-31 barisan 3, $\frac{11}{2}$, 8, $\frac{21}{2}$, ..., 98 adalah
 a. 65
 b. 78
 c. 80
 d. 82

14. Pada suatu barisan aritmetika, $U_1 = 10$ dan $U_{28} = 91$. Beda antara dua suku yang berurutan adalah
 a. 2
 b. 3
 c. 4
 d. 5

15. Jumlah 50 suku pertama deret –98, –95, –92, –89, ... adalah
 a. –1.552 c. –1.035
 b. –1.225 d. 1.025

Tes Kompetensi Semester 2

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Nilai n jika $\sqrt[3]{125} = n + 2$ adalah
 a. 5
 b. 4
 c. –7
 d. –3

2. Bilangan nol dipangkatkan dengan bilangan bulat positif akan menghasilkan
 a. bilangan bulat positif
 b. bilangan bulat negatif
 c. bilangan nol (0)
 d. bilangan real

3. Bentuk pangkat $\frac{x^{1} \lozenge y^{2}}{x^{2}}$ dapat dituliskan tanpa pangkat bilangan bulat negatif menjadi
 a. xy^2
 b. $\frac{y^2}{x}$
 c. $\frac{y^2}{x^2}$
 d. $\frac{y^2}{x^3}$

4. Sebuah bilangan bulat positif yang dipangkatkan dengan bilangan nol hasilnya sama dengan
 a. 0
 b. 1
 c. bilangan bulat positif
 d. bilangan bulat negatif

5. Bentuk akar dari $y^{\frac{p}{r}}$ adalah
 a. $\sqrt[p]{y^r}$
 b. $\sqrt[r]{y^p}$
 c. $\sqrt[p]{x}$
 d. $\sqrt[r]{x}$

6. Jika $\sqrt{2} = 1{,}414$; maka nilai dari $\sqrt{50}$ adalah
 a. 7,07
 b. 7,14
 c. 14,14
 d. 6,414

7. Diketahui $a - b = 4$ maka nilai dari $\frac{(a \quad b)^4}{(b \quad a)^3}$ adalah
 a. 4
 b. 4^2
 c. –4
 d. -4^2

8. Bentuk yang paling sederhana dari $\frac{x^5 \lozenge x^4 \lozenge x}{x \lozenge x^2}$; $x \neq 0$ adalah
 a. x^5
 b. x^6
 c. x^7
 d. x^8

9. Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{15}{5+\sqrt{10}}$ adalah
 a. $\frac{15}{35}(5 \quad \sqrt{10})$
 b. $5 - \sqrt{10}$
 c. $\frac{1}{3}(5+\sqrt{10})$
 d. $5 + \sqrt{10}$

10. Diketahui barisan bilangan berikut.
1, 4, 8, 13
Suku berikutnya adalah
a. 19 c. 21
b. 20 d. 22

11. Diketahui barisan bilangan berikut.
$1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, ..., 51 \times 52$
Suku ke-n barisan tersebut adalah
a. $n^2 + n$
b. $n^2 - n$
c. $(n - 1) \times n$
d. $n \times (n - 2)$

12. Diketahui barisan bilangan berikut.
600, 580, 560, 540, ..., 320.
Suku kedua belas dari barisan tersebut adalah
a. 380 c. 210
b. 300 d. 200

13. Jumlah 15 bilangan genap pertama adalah
a. 240 c. 220
b. 230 d. 210

14. Suku ketiga dan suku kelima suatu barisan geometri berturut-turut 27 dan 243. Suku pertama barisan tersebut adalah
a. 2 c. 5
b. 3 d. 6

15. Suatu jenis motor mengalami penurunan harga sebesar 2% pada setiap akhir tahun. Pada Januari harga motor baru Rp16.000.000,00. Harga jual motor tersebut pada akhir tahun ke-4 adalah
a. Rp14.720.000,00
b. Rp14.740.000,00
c. Rp14.400.000,00
d. Rp14.080.000,00

16. Diketahui barisan bilangan 2, 4, 7, 11, ..., 56. Rumus suku ke-n barisan tersebut adalah
a. $U_n = \frac{1}{2}(n + 3)$
b. $U_n = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$
c. $U_n = \frac{1}{2}(n + 2)$
d. $U_n = \frac{3}{4}(n^2 + 3)$

17. Wawan pergi ke Bali selama 40 hari. Jika ia berangkat pada hari Senin, ia akan kembali hari
a. Senin c. Jumat
b. Selasa d. Sabtu

18. 2, 4, 6, 10, 16, ...
Barisan bilangan tersebut adalah barisan bilangan
a. segitiga
b. Fibonacci
c. persegi
d. genap

19. Satu pasukan parade *drum band* yang berjumlah 49 orang membentuk formasi barisan. Paling depan 1 orang, kemudian di belakangnya bertambah 2, dan berikutnya bertambah 2 lagi dan seterusnya. Maka banyaknya orang pada barisan terakhir adalah
a. 11 c. 15
b. 13 d. 17

20. Sebuah deret aritmetika terdiri dari 10 suku, jumlah suku pertama dan ke-2 adalah 9. Adapun jumlah suku ke-5 dan ke-6 adalah 33. Jumlah deret tersebut adalah
a. 30 c. 156
b. 67 d. 165

Tes Kompetensi Akhir Tahun

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Rumus suku ke-n dari barisan 4, 7, 10, 13 adalah
 a. $3n + 1$ c. $3n - 1$
 b. $3n + 2$ d. $3n - 2$

2. Panjang sebuah jalan pada peta yang mempunyai skala 1 : 500.000 adalah 10 cm. Panjang jalan sesungguhnya adalah
 a. 0,05 km c. 5 km
 b. 0,5 km d. 50 km

3. Dari seperangkat kartu dilakukan pengambilan secara acak sebanyak 260 kali dan setiap kali pengambilan kartu dikembalikan. Frekuensi harapan yang terambil kartu As adalah sebanyak
 a. 5 kali c. 40 kali
 b. 20 kali d. 60 kali

4. Diketahui data sebagai berikut.
 28, 25, 26, 22, 24, 27, 22, 21, 29, 28, 27, 24, 22, 21, 24, 25, 25, 27, 23, 26.
 Median dari data tersebut adalah
 a. 23 c. 25
 b. 24 d. 26

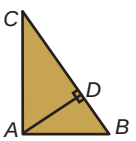
5. Jika diketahui luas permukaan sebuah tangki BBM yang berbentuk bola adalah 2.464 m^2 dan $\pi = \frac{22}{7}$ maka jari-jari tangki tersebut adalah
 a. 7 m c. 21 m
 b. 14 m d. 28 m

6. Suku ke-15 dari barisan bilangan 1, 4, 9, 16, ... adalah
 a. 225 c. 256
 b. 250 d. 265

7. Jika $\left(\sqrt{\sqrt[3]{216}}\right)^3 = y^{\frac{3}{2}}$, nilai y adalah
 a. 4 c. 12
 b. 6 d. 16

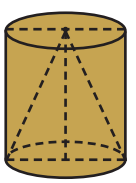
8. Frekuensi harapan munculnya mata dadu kelipatan dua yang dilempar 480 kali adalah
 a. 80 c. 240
 b. 160 d. 320

9. Pada gambar berikut diketahui panjang $BC = 20$ cm. Jika $BD = 6$ cm, panjang AD adalah



 a. 18 cm c. 8 cm
 b. 12 cm d. 6 cm

10. Jika luas permukaan tabung 858 cm^2 dan diameter tabung 21 cm maka volume kerucut dalam tabung tersebut adalah
 a. 288,75 cm^3
 b. 866,25 cm^3
 c. 1.501,5 cm^3
 d. 1.732,5 cm^3



11. Seorang pemain sepakbola telah mencetak 68 gol dari 85 kali penampilannya. Jika ia ingin mencapai rata-rata gol 0,84 dalam 15 pertandingan selanjutnya, banyak gol yang harus ia cetak adalah
 a. 13 c. 15
 b. 14 d. 16

12. Jika $\frac{(5^2)^5 \quad (7^3)^4}{(7^5)^2 \quad (5^4)^2} = \sqrt{x}$ maka nilai $\sqrt{x}$ adalah
 a. 33 c. 35
 b. 34 d. 36

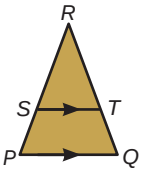
13. Segitiga *KLM* dengan besar $K = 38°$ dan $L = 62°$ sebangun dengan segitiga *ABC* dengan besar
 a. $A = 38°$ dan $B = 80°$
 b. $B = 62°$ dan $C = 80°$
 c. $A = 80°$ dan $C = 38°$
 d. $B = 38°$ dan $C = 62°$

14. Peluang munculnya muka dadu berjumlah 5 pada pelemparan 2 buah dadu adalah
 a. $\frac{1}{9}$ c. $\frac{1}{6}$
 b. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{36}$

15. Jumlah 7 suku pertama dalam barisan 2, 6, 18, ... adalah
 a. 486 c. 2.186
 b. 976 d. 4.372

16. Simpangan kuartil dari data: 6, 4, 6, 4, 2, 6, 5, 3, 6 adalah
 a. 1,75 c. 1,25
 b. 1,50 d. 1,00

17. Amati gambar berikut. *PQ*// *ST*, *PQ* = 18 cm, *ST* = 12 cm, dan *QR* = 54 cm. Panjang *TR* adalah
 a. 18 cm c. 36 cm
 b. 24 cm d. 48 cm



18. Sebuah tabung dengan diameter 30 cm diisi minyak sampai $\frac{3}{4}$ bagian. Jika volume minyak 8.478 cm^3 maka tinggi tabung tersebut adalah ($\pi = 3{,}14$)
 a. 4 c. 12
 b. 8 d. 16

19. Bentuk $\frac{x^{-2}y^3}{x^{-3}}$ dapat dituliskan tanpa pangkat bilangan bulat negatif menjadi
 a. x^5y^3 c. xy^3
 b. x^1y^3 d. $2x^3y$

20. Suku ke-8 dari barisan bilangan 2, 7, 12, 17, ... adalah
 a. 32 c. 42
 b. 37 d. 47

21. Dalam suatu kelas terdapat 25 siswa putri dan 15 siswa putra. Jika salah seorang dipanggil oleh wali kelas secara acak, peluang terpanggilnya siswa putri adalah
 a. $\frac{5}{8}$ c. $\frac{3}{8}$
 b. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{1}{4}$

22. Volume kerucut yang garis pelukisnya 20 cm dan jari-jarinya 12 cm dengan $\pi = 3{,}14$ adalah
 a. 752,6 cm^3 c. 2.411,5 cm^3
 b. 5.024 cm^3 d. 3.014,4 cm^3

23. Dua bola jari-jarinya masing-masing adalah r_1 dan *R*, sedangkan luas kulitnya masing-masing L_1 dan L_2. Jika $R = 4r$ maka $L_1 : L_2$ adalah
 a. 1 : 4 c. 1 : 16
 b. 1: 8 d. 1 : 32

24. Jika $a = 3^{\frac{1}{4}}$ dan $b = 5^{\frac{1}{2}}$ maka $\sqrt{45}$ = ...
 a. a^2b c. a^2b^2
 b. ab^2 d. a^4b

25. Mean dari data 25, 21, 28, 24, 25, 27, *x*, 22, 23, 21 adalah 24. Nilai *x* yang memenuhi adalah
 a. 22 c. 24
 b. 23 d. 25

Kunci Jawaban

Tes Kompetensi Bab 1

1.	d	11.	b
3.	d	13.	c
5.	a	15.	a
7.	b	17.	b
9.	c	19.	b

Tes Kompetensi Bab 2

1.	a	11.	d
3.	d	13.	b
5.	c	15.	b
7.	b	17.	b
9.	b	19.	b

Tes Kompetensi Bab 3

1.	d	11.	c
3.	d	13.	d
5.	d	15.	a
7.	d	17.	c
9.	a	19.	d

Tes Kompetensi Bab 4

1.	c	11.	b
3.	d	13.	b
5.	d	15.	c
7.	a	17.	b
9.	c	19.	b

Tes Kompetensi Semester 1

1.	c	11.	a
3.	a	13.	a
5.	c	15.	b
7.	a	17.	b
9.	b	19.	b

Tes Kompetensi Bab 5

1.	b	11.	c
3.	a	13.	d
5.	c	15.	a
7.	a	17.	b
9.	a	19.	b

Tes Kompetensi Bab 6

1.	b	9.	c
3.	d	11.	d
5.	a	13.	b
7.	a	15.	b

Tes Kompetensi Semester 2

1.	c	11.	a
3.	a	13.	a
5.	b	15.	a
7.	c	17.	c
9.	b	19.	b

Tes Kompetensi Akhir Tahun

1.	b	15.	c
3.	b	17.	c
5.	b	19.	c
7.	b	21.	a
9.	c	23.	c
11.	d	25.	c
13.	b		

Glosarium

Bimodal : data yang memiliki dua modus. (66)
Dalil Pythagoras : keterangan Pythagoras yang dijadikan bukti atau alasan suatu kebenaran. (7)
Data : kumpulan datum..... (66)
Data diskrit : data yang diperoleh dengan cara menghitung (59)
Data kontinu : data yang diperoleh dengan cara mengukur (59)
Data kualitatif : data yang tidak berbentuk bilangan. (59)
Data kuantitatif : data yang berbentuk bilangan. (59)
Datum : fakta tunggal (59)
Diagonal : garis yang menghubungkan dua titik sudut yang tidak bersebelahan dalam suatu segiempat. (7)
Diameter : garis lurus yang melalui titik tengah lingkaran dari satu sisi ke sisi lainnya. (24)
Frekuensi : banyak kejadian yang lengkap atau fungsi muncul dalam suatu waktu. (65)
Frekuensi relatif : banyaknya kejadian *k*; banyaknya percoban..... (80)
Garis pelukis : garis-garis pada sisi lengkung yang sejajar dengan sumbunya. (29)
Geometri : cabang matematika yang menerangkan sifat-sifat garis, sudut, bidang, dan ruang..... (6)
Hipotenusa : sisi sebuah segitiga yang terletak di seberang sudut sikunya. (20)
Jangkauan : selisih antara datum terbesar dan datum terkecil. (68)
Jangkauan interkuartil : selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah. (73)
Jari-jari : garis lurus dari titik pusat ke garis lingkaran. (28)
Kongruen : bangun-bangun yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama..... (7)
Kuartil : ukuran yang membagi data menjadi empat kelompok yang anggotanya sama banyak. (69)
Mean : rerata; nilai antara. (60)
Median : nilai tengah dari data yang diurutkan dari datum terkecil ke datum terbesar..... (64)
Modus : datum yang paling sering muncul. (66)
Peluang : kemungkinan terjadinya suatu peristiwa..... (76)
Populasi : semua objek yang menjadi sasaran pengamatan..... (51)
Ruang sampel : himpunan semua kejadian yang mungkin diperoleh dari suatu percobaan. (82)
Sampel : bagian dari populasi yang diambil untuk dijadikan objek pengamatan langsung dan dijadikan dasar dalam penarikan kesimpulan mengenai populasi..... (51)
Sebangun : serupa; memiliki perkawanan antartitik sudutnya sehingga sudut-sudut yang sekawan sama besar dan semua rasio ukuran isi yang sekawan sama..... (3)
Sejajar : paralel; garis yang mempunyai gradien yang sama. (6)
Selimut : sisi lengkung. (29)
Simpangan kuartil : setengah dari jangkauan interkuartil. (50)
Statistika : ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, pengolahan data, dan penarikan kesimpulan berdasarkan data tersebut. (49)
Substitusi : penggantian (13)

Indeks

A

akar 95, 96, 107, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 115, 137, 143
aljabar 102, 108, 124
aritmetika 126, 127, 128, 129, 130, 133, 134, 136, 138

B

bangun datar 4, 7, 8, 19, 20, 24, 39
bangun geometri 19
bangun ruang sisi lengkung 27, 28, 29, 38, 142
barisan aritmetika 126, 127, 130, 133, 134, 136
barisan geometri 129, 130, 131, 132, 133, 134, 138
bidang alas 29, 31, 38
bilangan bulat 34, 35, 61, 62, 88, 103, 104, 105, 107, 108, 109, 110, 111, 128, 137, 140
bilangan irasional 107, 108, 110
bilangan rasional 95, 96, 97, 98, 116
bilangan real 107, 113, 137
bola 29, 34, 139, 140
busur 31

D

dalil Pythagoras 7, 107, 142, 144
data 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 75, 76, 94, 139, 140, 144
data diskrit 144
data kontinu 144
data kualitatif 53, 144
data kuantitatif 51, 52, 144
datum 51, 54, 55, 144
deret aritmetika 127, 128, 133, 134, 138
deret geometri 120, 130
diagram batang 49, 57
diagram garis 56
diagram lingkaran 57
diagram pohon 82
distribusi frekuensi 55

E

eksponen 98, 113

F

faktor 87, 90, 92, 97, 103, 104, 105, 127, 135
fibonacci 130
frekuensi 54, 75, 76, 139, 144

G

garis pelukis 29, 31, 32, 33, 34, 37, 44, 140
geometri 19, 120, 129, 130, 141, 144

I

interval 65, 71, 72, 73

J

jangkauan 50, 68, 69, 71, 73, 75, 144
jangkauan interkuartil 50, 68

K

kelas 1, 51, 53, 54, 57, 60, 62, 63, 67, 68, 70, 72, 75, 77, 108
kongruen 1, 2, 3, 15, 16, 17, 144
kuartil 69, 70, 71, 73, 75, 94, 140, 144

L

luas daerah 28, 35, 115
luas permukaan 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 44, 46, 47, 93, 139

M
mean 50, 60, 62, 73, 76, 94, 140, 144
median 50, 64, 66, 68, 73, 74, 75, 76, 139, 144
modus 50, 66, 73, 74, 76, 144

P
pangkat 97, 98, 103, 104, 105, 107, 108, 113, 114, 115, 137, 140
pangkat tak sebenarnya 96
peluang 57, 73, 76, 79, 140, 142, 144
piktogram 52, 55, 57, 73
pola bilangan 119, 120, 121, 122
populasi 50, 51, 144
pythagoras 7, 107, 142, 144

R
rata-rata 53, 60, 61, 62, 63, 64, 67, 69, 73, 74, 75, 76, 94, 139
ruang sampel 82, 83, 85, 87, 90, 92, 144

S
sampel 52, 58, 60, 78, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 90, 91, 92, 144
sebangun 1, 2, 3, 9, 144
segitiga Pascal 122, 123
selimut 28, 144
simpangan kuartil 69, 75, 140, 144
skala 3, 24, 55, 144
statistika 49, 51, 142, 144
suku 129, 135, 136, 138, 139, 140

T
tabel 53, 55, 56, 58, 60, 61, 65, 67, 71, 72, 73, 75, 81, 83, 88, 121
tabung 29, 30, 93, 94, 139, 140
tali busur 31
titik sampel 78, 82

U
urutan 65, 124

V
volume 28, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 93, 94, 98, 99, 106, 139, 140

Daftar Pustaka

Barnett, Raymond A. et.al. 2008. *Finite Mathematics for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*, 11th Edition. New Jersey: Pearson Education Inc.

Bennett, Albert B. 2004. *Mathematics for Elementary Teachers: a Conceptual Approach*, 6th Edition. Singapore: Mc Graw Hill.

Bigellow dan Stone. 1996. *New Course Mathematics Year 9 Advanced*. Melbourne: Macmillan.

Bloom, B. S. 1971. *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York: Mc Graw Hill.

Booth, D. J. 1995. *Foundation Mathematics*. London: Addison-Wesley.

Brumfiel, C. B. 1964. *Geometry*. London: Addison-Wesley Publishing Company.

BSNP. 2006. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar 2006 mata pelajaran Matematika Sekolah Menegah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depatemen Pendidikan Nasional.

Christy, D. T. dan Rosenfeld, R. 1994. *Beginning Algebra, Annotated Instructor's Edition*.Wm. C. Brown.

Farlow, Stanley. J. 1994. *Finite Mathematics and Its Applications*. Singapore: Mc Graw Hill.

Kaur, Jasbir dan Sim I-Jee. 2000. *Aset Peperiksaan Matematik*. Selangor: Pearson Education Malaysia.

Keng Seng, Teh dan Looi Chin Keong. 1997. *New Syllabus D Mathematics 1*. Singapore: Shiglee.

Meserve, B. E. dan Max A. Sobel. 1984. *Introduction to Mathematics*. New Jersey: Prentice-Hall.

Moise E.E. 1990. *Elementary Geometry From An Advanced Standpoint*. London: Addison-Wesley.

Negoro, St dan B. Harahap. 1982. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Purcell, E. J dan Varberg, D. 1994. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 2*. Jakarta: Erlangga.

Ruseffendi, ET. 1989. *Dasar-dasar Matematika Modern dan Komputer untuk Guru*. Bandung: Tarsito.

Seang, Ooi Yong dkk. 2001. *Fokus Indigo SPM Matematik*. Selangor: Pelangi.

Seymour Lipschutz. 1981. *Theory and Problems of Set Theory and Related Topics*. Schaum's Outline Series. Mc Graw Hill.

Suherman, E dan Surjaya, Y. 1990. *Evaluasi Pendidikan Matematika*. Bandung: Wijayakusumah.

Sullivan, Michael. 1999. *Pre Calculus*. Upper Saddle River: Prentice Hall Inc.

Watson, Jenny et.al. 2001. *Maths Quest for Victoria 9*. Queensland: John Wiley & Sons Australia.

Yeo, Ricky. 1992. *New Syllabus Mathematics*. Singapore: EPB Publisher.

ISBN 979-462-887-5

Buku ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 34 Tahun 2008 tanggal 10 Juli 2008 tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.

HET (Harga Eceran Tertinggi) Rp. 10.140,00

Diunduh dari BSE.Mahoni.com